



מרכז ארצי לבחינות ולהערכה (ע"ר)  
NATIONAL INSTITUTE FOR TESTING & EVALUATION  
المركز القطري للامتحانات والتقييم  
מיסודן של האוניברסיטאות בישראל

# ניתוח-על של תוקף הניבוי של הבחינה הפסיכומטרית - שימוש במודל של אפקטים אקראיים

דוח  
RR  
16-02

פברואר 2016

דוח מאלי RR-16-02

ISBN:978-965-502-194-3

**ניתוח-על של תוקף הניבוי של  
הבחינה הפסיכומטרית –  
שימוש במודל של אפקטים אקראיים**

דביר קלפר

אליוט טורוול

פברואר 2016

## תוכן עניינים

|    |                                           |
|----|-------------------------------------------|
| 3  | רשימת לוחות                               |
| 4  | רשימת איורים                              |
| 5  | 1. תמצית                                  |
| 6  | 2. מבוא                                   |
| 6  | 2.1. תוקף הבחינה ומטא-אנליזה              |
| 6  | 2.1.1. תוקף ניבוי                         |
| 7  | 2.1.2. מטא-אנליזה                         |
| 7  | 2.1.3. סינתזה סטנדרטית                    |
| 8  | 2.2. מטרות המחקר וחשיבותו                 |
| 9  | 3. שיטה                                   |
| 9  | 3.1. משתני המחקר                          |
| 10 | 3.2. המחקרים                              |
| 11 | 3.3. מטא-אנליזה                           |
| 11 | 3.3.1. מודל של אפקט קבוע                  |
| 12 | 3.3.2. מודל של אפקטים אקראיים             |
| 14 | 3.3.3. אנליזת תתי-קבוצות (ניתוח שונות)    |
| 15 | 3.3.4. מטא-רגרסיה                         |
| 17 | 4. תוצאות                                 |
| 17 | 4.1. סטטיסטיקה תיאורית                    |
| 17 | 4.1.1. גודלי המחקרים                      |
| 17 | 4.1.2. גודל האפקט                         |
| 19 | 4.1.3. משתנים מסבירים – נתוני רקע מקובצים |
| 20 | 4.2. מטא-אנליזה                           |
| 20 | 4.2.1. מודל של אפקטים אקראיים             |
| 21 | 4.2.2. אנליזת תתי-קבוצות (ניתוח שונות)    |
| 23 | 4.2.3. מטא-רגרסיה                         |
| 27 | 5. דיון                                   |
| 27 | 5.1. סיכום הממצאים                        |
| 28 | 5.2. השוואת למחקרי תוקף אחרים בארץ        |
| 29 | 5.3. השוואה למחקרי תוקף בארה"ב            |
| 30 | 5.4. מגבלות המחקר והצעות למחקרי המשך      |

|         |                                                |        |
|---------|------------------------------------------------|--------|
| 31..... | מקורות                                         | .6     |
| 34..... | נספחים                                         | .7     |
| 34..... | דוגמה חישובית לאנליזת תתי-קבוצות               | .7.1   |
| 35..... | מבחן $\chi^2$                                  | .7.1.1 |
| 35..... | מבחן Q לניתוח שונות                            | .7.1.2 |
| 35..... | אחוז שונות מוסברת                              | .7.1.3 |
| 37..... | שונות האומד תוקף הניבוי מתוקן לברירה עקיפה     | .7.2   |
| 44..... | מבחנים פוסט-הוק של שתי קבוצות לשם ניתוח השונות | .7.3   |
| 44..... | משתנה מקבץ: פקולטה בחלוקה ל-10 קבוצות          | .7.3.1 |
| 47..... | משתנה מקבץ: מוסד                               | .7.3.2 |

## רשימת לוחות

- לוח 1 – סטטיסטיקה של נתוני הרקע ..... 20
- לוח 2 – תוצאות השימוש במודל של אפקטים אקראיים על ששת החזאים : תוקף ניבוי וטעות התקן ..... 20
- לוח 3 – ניתוח שונות של תוקף המשתנה המקבץ פקולטה בחלוקה לשתי קבוצות ..... 21
- לוח 4 – ניתוח שונות של תוקף המשתנה המקבץ פקולטה בחלוקה ל-10 קבוצות ..... 21
- לוח 5 – ניתוח שונות של תוקף הניבוי בין השנים ..... 22
- לוח 6 – ניתוח שונות של תוקף הניבוי בין המוסדות ..... 23
- לוח 7 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה שנה ..... 23
- לוח 8 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה אחוז נבחני עברית ..... 24
- לוח 9 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה אחוז נשים ..... 24
- לוח 10 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה גיל ממוצע ..... 25
- לוח 11 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה רמת סלקטיביות ..... 25
- לוח 12 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה מספר לומדים בחוג ..... 26
- לוח 13 – דוגמה חישובית לניתוח שונות עבור החזאי בגרות בחלוקה לשתי קבוצות פקולטות ..... 34
- לוח 14 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי בגרות ..... 45
- לוח 15 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי מכפ"ל ..... 45
- לוח 16 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי מילולי ..... 45
- לוח 17 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי כמותי ..... 46
- לוח 18 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי אנגלית ..... 46
- לוח 19 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי סכם ..... 47
- לוח 20 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של מוסד וחזאי בגרות ..... 48
- לוח 21 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של מוסד וחזאי מכפ"ל ..... 48
- לוח 22 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של מוסד וחזאי מילולי ..... 49
- לוח 23 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של מוסד וחזאי כמותי ..... 49
- לוח 24 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של מוסד וחזאי אנגלית ..... 50
- לוח 25 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של מוסד וחזאי סכם ..... 50

## רשימת איורים

- איור 1 – מודל של אפקט קבוע.....11
- איור 2 – מודל של אפקטים אקראיים.....12
- איור 3 – התפלגות גודלי המחקרים.....17
- איור 4 – התפלגות גודל האפקט - בגרות.....18
- איור 5 – התפלגות גודל האפקט - מכפ"ל.....18
- איור 6 – התפלגות גודל האפקט - סכס.....19
- איור 7 – פרופורציית השונות המוסברת באמצעות פקולטה בחלוקה ל-2 קבוצות לגבי הבגרות...36

## 1. תמצית

המטרה המרכזית של מחקר זה היא לחשב את תוחלת תוקף הניבוי של מדדי הקבלה לאוניברסיטאות בישראל בעזרת מודל אפקטים אקראיים – מודל המתאר את המציאות טוב יותר ממודל של אפקט קבוע.

לצורך ביצוע המחקר נאסף מידע מ-1,584 מחקרים שונים שנערכו בשנים 2004–2009. מחקר הוגדר כיחידת עיבוד שהיא חוג בשנה במוסד. בכל אחד מהמחקרים התקבל מידע על גודל האפקט ועל שונותו. לצורך המחקר הנוכחי הוגדר גודל האפקט כתוקף הניבוי (מקדם מתאם פירסון מתוקן לקיצוץ תחום עקיף). גודל זה חושב לששת החזאים המשמשים כלי מיון לקבלה לאוניברסיטאות: ממוצע הבגרות, הציון הכללי בבחינה הפסיכומטרית (מכפ"ל), הציונים בשלושת חלקיה של הבחינה הפסיכומטרית – חשיבה כמותית, חשיבה מילולית ואנגלית, ולבסוף ציון הסכם, המתבסס על ציון הבגרות ועל ציון הבחינה הפסיכומטרית במשקלות שווים. הקריטריון שכלפיו חושב התוקף הוא ממוצע ציון שנה א' של הסטודנט. כמו כן, לצורך חישוב שונות האומד לתוקף הניבוי פותחה באופן אנליטי נוסחה מתמטית לחישוב שונות של מקדם מתאם לאחר תיקון לקיצוץ תחום עקיף.

בנוסף לחישוב תוחלת תוקף הניבוי, שימוש במטא-אנליזה מאפשר לכמת את מידת ההטרוגניות של תוקף הניבוי ולנסות להסביר אותה. הכימות נעשה באמצעות מדדי הטרוגניות שונים (כגון  $Q, T^2, I^2$ ). הניסיון להסביר את ההטרוגניות באומדני התוקף נעשה הן באמצעות אנליזות תתי-קבוצות והן באמצעות מטא-רגרסיה.

מודל האפקטים האקראיים הראה שמקרב החזאים תוקף הסכם, שתוחלתו 0.52, הוא הגבוה ביותר, אחריו בא תוקף המכפ"ל שתוחלתו 0.48, אחריהם באים ציוני הבגרות, הכמותי והמילולי, שלהם תוחלות זהות של 0.40, ולבסוף בא תוקף ציון האנגלית, שתוחלתו 0.36. אחוז השונות (הבין-מחקרית) האמתית היה  $I^2 \sim 70\%$  בציון המילולי ובציון האנגלית,  $I^2 \sim 75\%$  בציון מכפ"ל, ו- $I^2 \sim 81\%$  בציון הבגרות, הסכם והחלק הכמותי.

בניתוח תתי-קבוצות לא נמצא הבדל מובהק בתוקף החזאים בשנים השונות, אך נמצאו הבדלים במידת התוקף של החזאים בפקולטות השונות (פרט למכפ"ל שבו לא נמצא הבדל בין הפקולטות ההומניות לריאליות). לבסוף נמצאה עדות לשוני במידת התוקף של המוסדות השונים. בבדיקה מעמיקה יותר נמצא מוסד אחד השונה משאר המוסדות באופן מיוחד, ובכל המוסדות מלבדו נמצא שלרוב החזאים יש אותו תוקף ניבוי.

גם בניתוח המטא-רגרסיה לא נמצא הבדל בין השנים השונות. משתנה מסביר נוסף היה אחוז נבחני העברית מכלל הנבחנים בכל אחד מהמחקרים. לאפקט של משתנה זה היה מקדם חיובי, והוא נמצא מובהק בכל החזאים פרט לציון האנגלית: החזאי ציון הבגרות הסביר לא פחות מ-31% מהשונות האמתית. פרט לחזאים ציון מילולי וציון אנגלית, משתנה רמת הסלקטיביות נמצא מובהק ועם מקדם חיובי, ובמסגרת החזאים ציון הבגרות וציון הסכם הסביר משתנה זה 28% ו-24% מהשונות האמתית בהתאמה. מידת השונות שהסבירו שאר המשתנים הייתה קטנה או לא מובהקת.



## 2.1. תוקף הבחינה ומטא-אנליזה

### 2.1.1. תוקף ניבוי

הקבלה ללימודים של מועמדים לאוניברסיטאות בישראל מסתמכת בעיקר על הישגיהם בתעודת הבגרות (בגרות) ובבחינת הכניסה הפסיכומטרית לאוניברסיטאות (מכפ"ל), וזאת לאור ממצאים חוזרים ונשנים לאורך שלושה עשורים ויותר שמראים כי ציון הסכם, המבוסס על בגרות ועל מכפ"ל, מנבא היטב את הישגי המועמדים בלימודיהם באוניברסיטה. מטרת המחקר הנוכחי היא לספק נתוני תוקף עדכניים של מדדי הקבלה השונים. מקדמי התוקף נאמדים בעזרת מתאמי פירסון בין החזאים (ציון הסכם ומרכיביו) לבין הקריטריון, שמוגדר כממוצע ציוני התלמידים בתום שנה א' ללימודיהם.

רוב המחקרים שבדקו את התוקף של מדדי הקבלה ללימודים גבוהים בארץ ובעולם הסתמכו על ממוצע ציוני שנה א' כקריטריון (קנת-כהן, ברונר ואורן, 1999; אורן, קנת-כהן וברונר, 2007; קנת כהן, אורן, טורוול וכהן, 2013; Schmitt et. al. 2009; Linn, 1990; Korb et. al. 2008; Oren, Kennet-Cohen, Turvall & Allalouf, 2014). יוצאי דופן בישראל הם שני מחקרים: הראשון של קנת כהן ואחרים, שכלל נתונים של סטודנטים משנת הלימודים 1992/1993 ובהם גם נתונים על סיום התואר (Kennet-Cohen et al., 1999), והשני של קלפר ואחרים, שהתבסס על מאגר המידע של הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה וכלל נתונים על סטודנטים מהשנים 2001–2006 (קלפר, טורוול ואורן, 2014). בשני המחקרים היה הקריטריון ממוצע הציונים בעת קבלת התואר בוגר (סיום התואר).

מאחר שציוני הקריטריון אינם בני השוואה בין החוגים, חישוב מקדמי התוקף נעשה בנפרד לכל חוג בכל שנה בכל מוסד, וכל חישוב כזה מוגדר כמחקר בודד.

מטבע הדברים, האוכלוסייה שעומדת לרשות החוקרים לצורך חישוב התוקף כוללת רק את אלו שהתקבלו ללימודים וקיבלו ציון בשנה א' ולא את אלו שנדחו. תופעה זו מתבטאת בצמצום השונות של ציוני החזאים בקרב אוכלוסיית המסיימים. לפיכך, כדי לאמוד את התוקף האמתי של החזאים – זה שהיה מתקבל לו היו כולם מתקבלים – תוקנו המתאמים לקיצוץ תחום. החוגים השונים נבדלים זה מזה במידת הסלקטיביות שלהם, כלומר במידה שבה שונות ציוני החזאים שלהם בקרב תלמידיהם נקצצה יחסית לשונות המקורית של הציונים החזאים בקרב המועמדים ללמוד בהם. התיקון לקיצוץ תחום מאפשר להאחיד את מקדמי התוקף של החזאים בפקולטות, במחוזות ובמוסדות זה לזה. יצוין כי האומדן המתוקן לקיצוץ תחום הוא חסם תחתון לתוקף האמתי, משום שקיימים גורמי החלשה (attenuation) נוספים שלא טופלו במחקר הנוכחי, כגון מיון עצמי של המועמדים הנובע מעצם הידיעה על תהליך הקבלה, צמצום הטווח של ציוני הקריטריון בקרב הלומדים יחסית לטווח שיכול היה להיות להם לו כל המועמדים היו לומדים בפועל, ומגבלת מהימנותם של ציוני הקריטריון.

תהליך הקבלה הנוכחי באוניברסיטאות בישראל מסתמך בעיקר על ציון הסכם. לכן קוצץ טווח ציוני הסכם באופן ישיר, בניגוד ליתר מדדי הקבלה שקוצצו באופן עקיף. התיקונים לקיצוץ תחום

בוצעו בהתאם לאופן שבו קוצץ כל משתנה, וזאת בהסתמך על נוסחת התיקון של גוליקסן (Gulliksen, 1950). הנוסחאות עבור תיקון לקיצוץ תחום ישיר ועקיף מופיעות בנספח 7.2.

### 2.1.2. מטא-אנליזה

במחקר זה כל יחידת עיבוד (חוג בשנה במוסד) נחשבת למחקר בודד. מטרת המטא-אנליזה היא לחבר בין כל המחקרים השונים ולחשב מספר אחד שמייצג, במובן מסוים, את כל המחקרים יחד. לצורך ביצוע סינתזה זו יש לדעת לא רק את גודל האפקט אלא גם את שונותו. קיימת נוסחה שמבטאת את שונות מקדם מתאם פירסון, וכך גם לגבי שונות הטרנספורמציה של פישר שעל תוצאותיה בדרך כלל נהוג לבצע את החישובים. כפי שהוסבר בתת-הפרק הקודם, הבעיה המתעוררת היא שכדי לקחת בחשבון גורם החלשה של צמצום שונות באוכלוסיית הלומדים בפועל יש להפעיל פרוצדורה סטטיסטית של תיקון לקיצוץ תחום. קיימת נוסחה לחישוב שונות האומדן במקרה שהתיקון נעשה לקיצוץ תחום ישיר (Bobko & Rieck, 1980). לעומת זאת, נוסחה למקרה של תיקון לקיצוץ תחום עקיף אינה מוכרת בספרות (נוסחה שגויה ללא הפיתוח המתמטי הופיעה במאמר של Allen & Dunbar, 1990). במקום זאת נהוג להשתמש לצורך זה בסימולציות, וזאת בעזרת שיטות כגון Bootstrap (Li, Chan & Cui, 2010).

במסגרת המחקר הנוכחי פותחה נוסחה אנליטית לחישוב שונות האומדן כדי להתמודד עם הצורך לתקן לקיצוץ תחום עקיף. הפיתוח המתמטי מסתמך על פיתוח בטור טיילור מסדר ראשון ועל שימוש בנגזרות חלקיות רבות. (הפיתוח המתמטי מוצג בנספח 7.2).

בנוסף לחישוב תוחלת תוקף הניבוי, שימוש במטא-אנליזה מאפשר לכמת את מידת ההטרוגניות של תוקף הניבוי ולנסות להסביר אותה. כימות ההטרוגניות נעשה באמצעות מדדים שונים (כגון  $Q, T^2, I^2$ ), והניסיון להסביר אותה נעשה הן באמצעות אנליזת תתי-קבוצות והן באמצעות מטא-גרסיה. תיאור תמציתי של מדדי ההטרוגניות מופיע בתת-הפרק העוסק בשיטה (תת-פרק 3.3). בנספח 7.1 מופיעה דוגמה חישובית של אנליזת תתי-קבוצות.

### 2.1.3. סינתזה סטנדרטית

מטא-אנליזה היא שיטה להפקת אומדן יחיד לגודל אפקט בהתבסס על מחקרים רבים, אומדן המייצג במובן מסוים את כל המחקרים יחד. תת-פרק זה סוקר בקצרה שיטות שונות של ניתוחי-על שמחקרים קודמים שנערכו במאלי"ו חיברו בעזרתן גודלי אפקטים, ומשווה אותן לשיטה שיושמה במחקר הנוכחי.

פרט למחקר אחד (קנת-כהן ושות', 1999), בכל המחקרים שבוצעו במאלי"ו, ולמיטב ידיעתנו בארץ, חושב גודל האפקט כממוצע משוקלל של האפקטים שהתקבלו ביחידות העיבוד, וכמשקולות שימשו מספרי התלמידים ביחידות העיבוד. יתרונה של שיטה זו הוא שהיא פשוטה ואינה מצריכה חישוב של השונות. חסרון השיטה הוא שהיא אינה מתייחסת לשונות האומדן שהיא מחשבת ולכן מחושב מספר אחד בלבד (ולא טווח), ושהיא אינה יכולה לבדוק השערות סטטיסטיות אודות השונות ומסבירה.

מחקר יחיד שנעשה במאל'יו בשיטה של ניתוח-על (קנת-כהן ושות', 1999) נעשה לפי השיטה הקלסית לניתוח תוקף – שיטת שמידט והנטר (Schmidt & Hunter, 1977). שיטה זו נבנתה ספציפית לשם חיבור של מקדמי תוקף ואי אפשר להפעיל אותה על גודלי אפקטים אחרים, כגון אלו המבוססים על ממוצעים או על נתונים בינאריים כמו יחס הסיכויים. במחקר הנוכחי נעשה שימוש בשיטה כללית שמתאימה לכל סוג של גודל אפקט, והמשתמשת בטכניקה הידועה בשם "שיטת המומנטים" או "שיטת דרסימוניאן ולירד" לצורך האמידה (DerSimonian and Laird, 1986).

## 2.2. מטרות המחקר וחשיבותו

המטרה המרכזית של מחקר זה היא לחשב את תוחלת תוקף הניבוי של מדדי הקבלה לאוניברסיטאות בישראל בעזרת מודל של ניתוח של אפקטים אקראיים – מודל המתאר את המציאות טוב יותר ממודל של אפקט קבוע. מטרה משנית של מחקר זה היא לכמת את ההטרוגניות הקיימת בתוקף הניבוי ולנסות ולהסביר אותה הן באמצעות אנליזת תתי-קבוצות והן באמצעות מטא-רגרסיה. מחקר זה הוא המחקר הראשון המחובר בין מחקרים שונים בשיטת מטא-אנליזה בצורתה הכללית ביותר, בעזרת אפקטים אקראיים, כדי לחקור את תוקף הבחינה הפסיכומטרית. שיטה זו מספקת לחוקר טווח של ערכים (רווח בר סמך) המייצגים את התוקף, וזאת בניגוד לשיטה הקודמת, שבה נערכו כמעט כל המחקרים עד כה, המניבה מספר בודד ויחיד המייצג את התוקף. נוסף על כך, שיטה זו מאפשרת להסיק מסקנות סטטיסטיות נוספות שאי אפשר להסיקן בשיטה הסטנדרטית.

### 3.1. משתני המחקר

נקודת המוצא של מטא-אנליזה היא מספר רב של מחקרים, שכל אחד מהם מספק שני מספרים בלבד: הראשון הוא גודל האפקט, שבמחקר זה הוא מתאם פירסון בין החזאי לקריטריון, ערך המייצג את תוקף הבחינה (ובמקרה הנוכחי, תוקף שעבר תיקון לקיצוץ תחום עקיף), השני הוא שונותו של גודל זה. כדי לבצע את המטא-אנליזה בשיטה המיושמת במחקר זה אין צורך לדעת כיצד חושב כל אחד מגודלי האפקטים ומה הוא מייצג. בכל זאת, היות שבמחקר זה חישבנו את גודלי האפקט בכל אחד מהמחקרים בעצמנו, מוצגים להלן הקריטריון והחזאים שלגביהם חושב גודל האפקט.

#### קריטריון לחיזוי:

ממוצע משוקלל בנקודות זכות של ציוני הקורסים שאותם למד הסטודנט בשנה א' לתואר בוגר (ציון שנה א').

#### חזאים

- **בגרות** – ממוצע ציוני תעודת הבגרות, כולל בונוסים על פי החלטת האוניברסיטאות למקצועות מתוגברים; ציון זה נע בטווח 50-120.
- **מכפ"ל** – מכפ"ל הוא סוללת מבחנים רבי-ברירה, המיועדים למדוד היבטים שונים של יכולות לימודיות ולחזות הישגים אקדמיים בעתיד. סולם הציונים של מכפ"ל נע מ-200 עד 800, עם ממוצע היסטורי של 500 וסטיית תקן של 100. לצורך מחקר זה נקבע הציון הכללי במכפ"ל על פי ההיבחנות שבה קיבל הנבחן את הציון הכללי הגבוה ביותר, בתנאי שהתקיימה לפני תחילת הלימודים. המבחן מורכב משלושה תחומים, ומשקלוליהם של תחומים אלו בציון הכללי הם 40% לחשיבה כמותית, 40% לחשיבה מילולית ו-20% לאנגלית.
- **כמותי** – הציון בתחום חשיבה כמותית במכפ"ל. החלק הכמותי במכפ"ל מכיל 50 שאלות, והוא בוחן את היכולת להשתמש במספרים ובמושגים מתמטיים (אלגבריים וגיאומטריים), לפתור בעיות כמותיות ולנתח מידע המוצג בגרפים, בטבלאות ובתרשימים. בחלק זה נדרש רק ידע בסיסי במתמטיקה – כזה שנרכש בכיתה ט' או י' במרבית מוסדות החינוך בישראל. נוסחאות והסברים של מונחים מתמטיים שהנבחן עשוי להזדקק להם במהלך הבחינה מופיעים בחוברת הבחינה.

- **מילולי** – הציון בתחום חשיבה מילולית במכפ"ל. החלק המילולי במכפ"ל מכיל 60 שאלות, והוא בוחן את היכולות המילוליות הנדרשות בלימודים האקדמיים: אנליזה והבנה של חומר כתוב מורכב, חשיבה שיטתית ולוגית, והיכרות עם מילים ועם מבנים תחביריים. החלק המילולי מכיל שאלות בנושאים כגון מילים נרדפות, היקשים, השלמת משפטים, לוגיקה והבנת הנקרא.

- **אנגלית** – הציון בתחום אנגלית במכפ"ל. חלק האנגלית במכפ"ל מכיל 54–58 שאלות, והוא מיועד לבחון את היכולת לקרוא טקסטים באנגלית ברמה אקדמית ולהבין. חלק זה מכיל שלושה סוגים של שאלות: השלמת משפטים, ניסוח מחדש והבנת הנקרא. חלק זה משמש בתפקיד כפול: הוא מהווה רכיב של הציון הכללי במכפ"ל ומשמש לשיבוץ הסטודנט בכיתות האנגלית. סולם הציונים של כל שלושת תחומי המבחן: 150–50 עם ממוצע היסטורי של 100 וסטיית תקן של 20.

- **סכם** – ציון סכם עם ממוצע 50 וסטיית תקן 10, שהוא צירוף של מכפ"ל ובגרות במשקולות שווים ברמת המועמדים במחזור ובכל מוסד בנפרד.

לכל אחד מששת החזאים שלעיל חושב מקדם מתאם עם ציון שנה א', וזאת בכל אחת מיחידות העיבוד. מקדם המתאם תוקן לקיצוץ תחום עקיף, וכן חושבה השונות של אומדן זה. שני האומדנים של כל אחד מששת החזאים, המתאם והשונות, נחשבים לתוצאה של מחקר בודד, וביחד הם משמשים קלט לשיטת המטא-אנליזה.

נוסף על כך, לכל מחקר חושבו כמה ערכים מקובצים של משתנים במטרה להסביר את ההטרונגניות של מקדמי התוקף (לצורך העניין כל מחקר מייצג נתונים שהתקבלו מחוג מסוים בשנה מסוימת במוסד מסוים, ולכן ערכים אלו מאפיינים את החוגים השונים). מבחינים בין שני סוגי ערכים מקובצים: קטגוריאליים ורציפים. משתנים מהסוג הראשון מפורטים בתת-פרק 3.3.3, העוסק בניתוח תתי-קבוצות ואילו משתנים מהסוג השני מפורטים בתת-פרק 3.3.4, העוסק במטא-רגרסיה.

### 3.2. המחקרים

המטא-אנליזה הורכבה מ-1,584 מחקרים. אוכלוסיית המחקרים כללה את כל הסטודנטים אשר התחילו את לימודיהם בשנים 2004–2009 בכל החוגים בשש האוניברסיטאות בארץ (העברית, תל-אביב, הטכניון, חיפה, בר-אילן ובן-גוריון) בתנאי שבחוג שלהם למדו לפחות 5 סטודנטים (זאת כדי שלמתאם (ולשונות) תהיה משמעות סטטיסטית).

נוסף על ששת גודלי האפקטים ושונותם נאסף בכל אחד מהמחקרים האלו מידע גם על סטטיסטיים המייצגים את המחקר (ראו תתי-פרקים 3.3.3 ו-3.3.4).

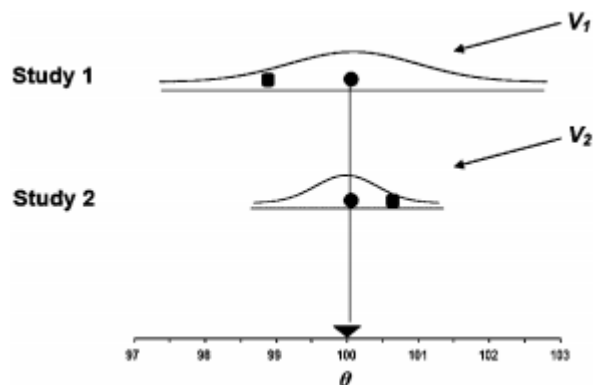
### 3.3. מטא-אנליזה

תת-פרק זה סוקר בקצרה את טכניקת המטא-אנליזה המיושמת במחקר זה, (Borenstein et. al. 2009). נהוג להבחין בין שני סוגי מודלים: מודל של אפקט קבוע ומודל של אפקטים אקראיים. אף שבמחקר זה מיושם רק מודל של אפקטים אקראיים, תת-הפרק שלהלן סוקר בקצרה את המודל של אפקט קבוע, ורק בתת-הפרק שלאחריו מוצג המודל של אפקטים אקראיים.

#### 3.3.1. מודל של אפקט קבוע

במודל של אפקט קבוע מניחים שלכל המחקרים יש גודל אפקט משותף (לכן הוא נקרא גם "מודל אפקט משותף"). במילים אחרות, ערכי כל הגורמים שיכולים להשפיע על גודל האפקט זהים אלה לאלה בכל המחקרים. בהתאם לכך, אם במחקרים נפרדים נצפה אפקט בגודל שונה הרי שהדבר נובע רק מטעות דגימה שקיימת בכל מחקר, ובמילים אחרות, השונות בין המחקרים משקפת את טעות התקן של האומד בכל אחד מהם. מודל זה מומחש באיור הבא, שבו אפשר לראות שגודל האפקט  $\theta$  הוא קבוע וכל המחקרים מתפלגים סביבו.

איור 1 – מודל של אפקט קבוע



במקרה זה האפקט המשותף מחושב באמצעות חישוב ממוצע משוקלל של האפקטים של כל אחד מן המחקרים. כדי לקבל אומד מדויק ככל האפשר של האפקט ( $Y$ ) באוכלוסייה (להקטין את השונות) המשקל שנותנים לכל מחקר הוא ההופכי של השונות:

$$W_i = \frac{1}{V_{Y_i}}$$

ואז מחשבים את הממוצע המשוקלל באמצעות הנוסחה שלהלן ( $k$  הוא מספר המחקרים):

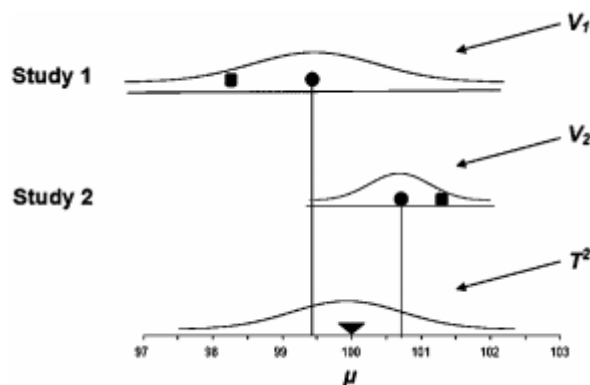
$$M = \frac{\sum_{i=1}^k W_i Y_i}{\sum_{i=1}^k W_i}$$

### 3.3.2. מודל של אפקטים אקראיים

ההנחה שעומדת בבסיס המודל של אפקט קבוע היא שלכל המחקרים יש גודל אפקט משותף. הנחה זו אינה תקפה לגבי המחקר הנוכחי, בין השאר משום שנתוני המחקרים השונים נאספו בתקופות שונות ומשום שיחידות העיבוד שלהם שונות מאוד זו מזו, וסביר להניח כי לכל אחד מהם מאפיינים ייחודיים המשפיעים על התוקף. לכן המודל שיושם במחקר הנוכחי הוא מודל של אפקטים אקראיים.

במסגרת המודל של אפקטים אקראיים מניחים שהאפקטים האמתיים במחקרים השונים נדגמו מהתפלגות של אפקטים אמתיים, ומבקשים לחשב את התוחלת של ההתפלגות הזו. מודל זה מומחש באיור הבא, שבו אפשר לראות ש- $\mu$  הוא ממוצע של התפלגות, וכל מחקר מתפלג סביב ממוצע אחר הנדגם מהתפלגות זו.

#### איור 2 – מודל של אפקטים אקראיים



מכיוון שהמטרה היא לחשב את תוחלת ההתפלגות, יש לקחת בחשבון שני מקורות לשונות:

- טעות בתוך כל מחקר
- שונות גודלי האפקט (האמתיים) בין המחקרים (מסומנת באיור 2 כ- $T^2$  ותוסבר מיד)

גם הפעם מחשבים ממוצע משוקלל בהתאם לנוסחה הבאה:

$$M = \frac{\sum_{i=1}^k W_i^* Y_i}{\sum_{i=1}^k W_i^*}$$

ובוחרים משקולות שיקטינו את השונות משני המקורות. שוב מתקבל שהמשקולות הם הערך ההופכי של השונות:

$$W_i^* = \frac{1}{V_{Y_i}^*}$$

אלא שהפעם לשונות יש שני רכיבים, וזאת בהתאם לנוסחה הבאה:

$$V_{Y_i}^* = V_{Y_i} + T^2$$

הגורם  $T^2$  שמופיע בנוסחה הוא השונות האמתית. כצעד ראשון לקראת חישוב השונות האמתית מחשבים את הסכום המשוקלל של ריבועי הסטיות מהממוצע לפי הנוסחה הבאה:

$$Q = \sum_{i=1}^k W_i (Y_i - M)^2 = \sum_{i=1}^k \left( \frac{Y_i - M}{S_i} \right)^2 = \sum_{i=1}^k W_i Y_i^2 - \frac{(\sum_{i=1}^k W_i Y_i)^2}{\sum_{i=1}^k W_i}$$

ערך זה משווים לערך שהיה צפוי להתקבל לו היה לכל המחקרים אותו אפקט. ערך זה שווה למספר דרגות החופש, ומחשבים אותו בעזרת הנוסחה  $df = k - 1$ , כש- $k$  שווה למספר המחקרים. ההפרש בין שני ערכים אלו הוא מדד להבדל האמתי בין המחקרים.  $Q$  הוא סכום ריבועים ולא ממוצע, והוא אינו מחושב בסולם של האפקטים עצמם. לכן מחשבים מדד נוסף,  $T^2$ , בסולם של ריבוע האפקטים. זאת עושים באמצעות חלוקת ההפרש בין  $Q$  לדרגות החופש בגורם  $C$  המחושב (בשיטת המומנטים) לפי הנוסחה הבאה:

$$C = \sum_{i=1}^k W_i - \frac{\sum_{i=1}^k W_i^2}{\sum_{i=1}^k W_i}$$

בהתאם לכך מתקבלת הנוסחה הבאה לחישוב  $T^2$ :

$$T^2 = \frac{Q - df}{C}$$



לבסוף יש להזכיר מדד נוסף,  $I^2$ , המבטא את אחוז השונות (הבין-מחקרית) האמתית מכלל השונות, וזאת בהתאם לנוסחה הבאה:

$$I^2 = \frac{Q - df}{Q}$$

### 3.3.3. אנליזת תתי-קבוצות (ניתוח שונות)

כאמור בתת-פרק 4.2.1 העוסק בתוצאות, ערכי  $I^2$  הם גבוהים למדי, בסביבות 0.7–0.8 (בהתאם לחזאי). משמעות ממצא זה היא שהשונות בין המחקרים רבה. אחת הדרכים להסביר את השונות הזו היא לחלק את המחקרים לפי משתנים מקבצים. המשתנים המקבצים ששימשו במחקר זה הם:

#### • פקולטה

- חלוקה לשתי פקולטות (הומנית וראלית).
- היות שמדובר בחלוקה לשתי קבוצות אפשר לבצע את הניתוח בשתי שיטות: הראשונה מדמה מבחן t במחקר ראשי והשנייה מדמה ניתוח שונות של מחקר ראשי. כמצופה, שתי השיטות מניבות לתוצאות זהות לחלוטין, כמפורט בנספח 7.1.

- חלוקה לעשר פקולטות לפי הרשימה הבאה:

- רוח ואומנויות
- חברה מילולי
- משפטים
- חברה כמותי
- ביולוגיים
- פיסיקליים
- מתמטיקה ומחשבים
- הנדסה וארכיטקטורה
- רפואה
- עזר רפואה

- **מחזור** – שישה מחזורים, מתשס"ד (2003/2004) עד תשס"ט (2008/2009).

- **מוסד** – הטכניון, אוניברסיטת תל אביב, אוניברסיטת בר-אילן, אוניברסיטת חיפה, אוניברסיטת בן-גוריון בנגב והאוניברסיטה העברית.

על מנת למנוע זיהוי, מוסדות אלו מוצגים בתוצאות כמוסד 1 עד 6 וסדרם שונה מהסדר המוצג כאן.

את ניתוח תתי-הקבוצות אפשר לבצע בשני אופנים: בראשון משתמשים בהערכה נפרדת של השונויות האמתיות בכל תת-קבוצה ובשני מנתחים את תת-הקבוצות במשותף (pool). אנו בחרנו בשיטה הראשונה, המשתמשת בשונויות של כל תת-קבוצה בנפרד. נוסף על בדיקת ההשערה שכל האפקטים זהים באמצעות מבחן מובהקות בניתוח השונויות, אנו מעוניינים לחשב מדד של שונויות מוסברת - מדד המקביל ל- $R^2$  בגרסיה (בניתוח שונויות נהוג לסמן את השונויות המוסברת ב- $\eta^2$ , ובניתוח תתי-קבוצות נשמר הסימון  $R^2$ ). במקום לעסוק בפרופורציה של השונויות הכוללת שמוסברת מוטב לבדוק את הפרופורציה של השונויות האמתיות  $T^2$ , וזאת בהתאם לנוסחה הבאה:

$$R^2 = \frac{T_{explained}^2}{T_{total}^2} = 1 - \left( \frac{T_{unexplained}^2}{T_{total}^2} \right) = 1 - \left( \frac{T_{within}^2}{T_{total}^2} \right)$$

לצורך נוסחה זו המונה הוא ה-pool של השונויות, והוא נתון בנוסחה הבאה:

$$T_{within}^2 = \frac{\sum_{j=1}^p Q_j - \sum_{j=1}^p df_j}{\sum_{j=1}^p C_j}$$

### 3.3.4 מטא-גרסיה

את השונויות אפשר לנסות להסביר גם באמצעות מטא-גרסיה שהיא מעין הכללה רציפה לניתוח שונויות. יצוין כי מטא-גרסיה אינה גרסיה רגילה, שבה כל מחקר משמש ערך של המשתנה, ולו משום שמשתמשים בה במודל של אפקטים אקראיים, שבו מצרפים משקולות למחקרים. נוסף על כך, בשיטה זו אופן החישוב של דרגות החופש ושל כמה ערכים אחרים שונה במהותו מזה של גרסיה למחקר ראשי. לכן החישובים במקרה זה מורכבים יותר, והם בוצעו בעזרת תוכנת מאקרו שנבנתה במיוחד לשם כך. מסיבה זו הנוסחאות אינן מוצגות כאן.

המשתנים שתרומתם להסבר השונות נבדקה הם :

- שנת תחילת לימודים (משתנה זה אמנם נכלל באנליזת תתי-הקבוצות בשלב הקודם, אבל משום שמחזור הוא משתנה רוחח, אפשר להשתמש בו כמשתנה מסביר גם ברגרסיה)
- אחוז נבחני העברית במחקר
- אחוז הנשים במחקר
- גיל ממוצע של הנבדקים במחקר
- ממוצע ציוני הסכם במחקר (מדד לסלקטיביות של יחידת המחקר)
- מספר נבדקים במחקר

#### 4. תוצאות

בפרק זה מוצגות תוצאות השימוש במודלים השונים של המטא-אנליזה בהתאם למתואר בפרק 3.

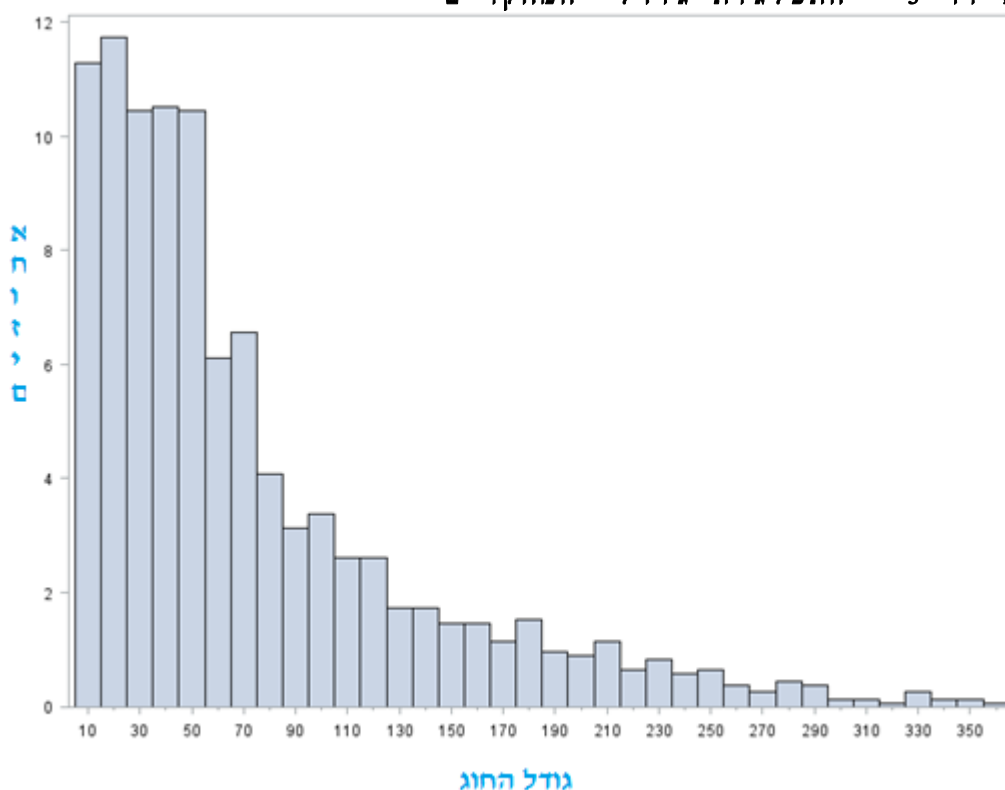
##### 4.1. סטטיסטיקה תיאורית

תחילה מוצגת התפלגות גודלי המחקרים, לאחר מכן מוצגת התפלגות גודל האפקט ביחס לשלושת החזאים המרכזיים: בגרות, מכפ"ל וסכס, ולבסוף מוצגים סטטיסטיים תיאוריים של משתני הרקע המקובצים שנכללו במטא-רגרסיה.

##### 4.1.1. גודלי המחקרים

באיור 3 מוצגת היסטוגרמה של התפלגות גודלי המחקרים. 99% מהמחקרים הם בהיקף של עד 359 איש, ולכן זהו הטווח המוצג בה.

איור 3 – התפלגות גודלי המחקרים



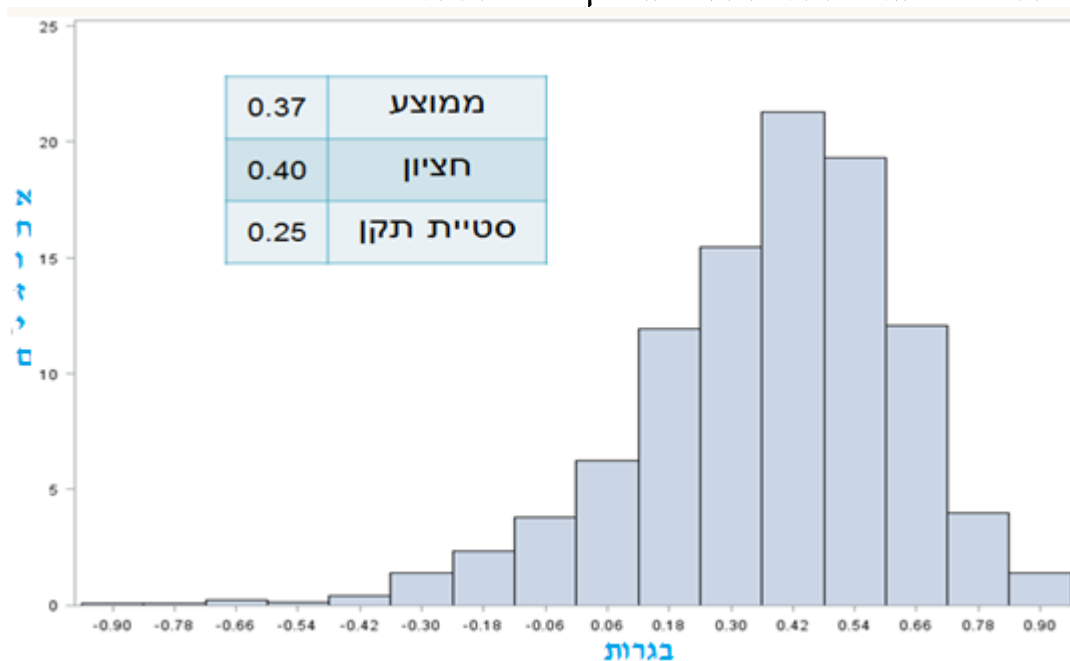
נמצא כי מספר התלמידים הממוצע ביחידת מחקר (ממוצע גודל המחקר) הוא 77.96 עם סטיית תקן של 89.13.

##### 4.1.2. גודל האפקט

בתת-פרק זה מוצגת התפלגות גודל האפקט (מקדם תוקף הניבוי המתוקן) ביחס לשלושת החזאים הבאים: בגרות, מכפ"ל וסכס.

באיור 4 מוצגת התפלגות גודל האפקט של החזאי בגרות.

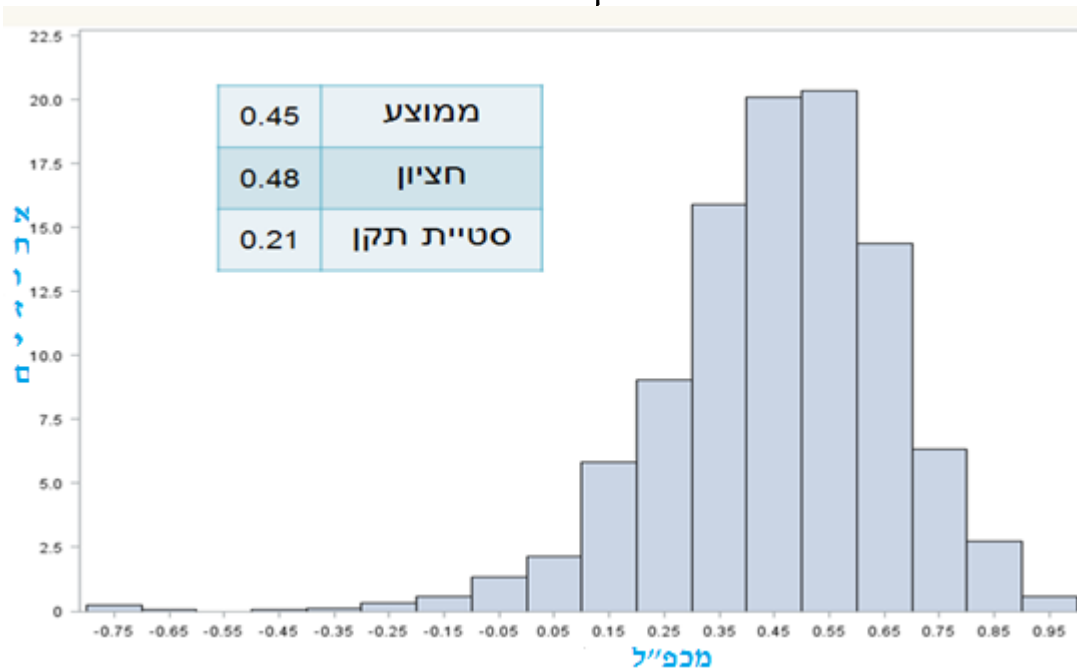
איור 4 – התפלגות גודל האפקט - בגרות



נמצא כי מקדמי המתאם נעים מ-0.96 עד 0.06, 10% מהם נמוכים מ-0 וכ-18% מהם גבוהים מ-0.60.

באיור 5 מוצגת התפלגות גודל האפקט של החזאי מכפ"ל.

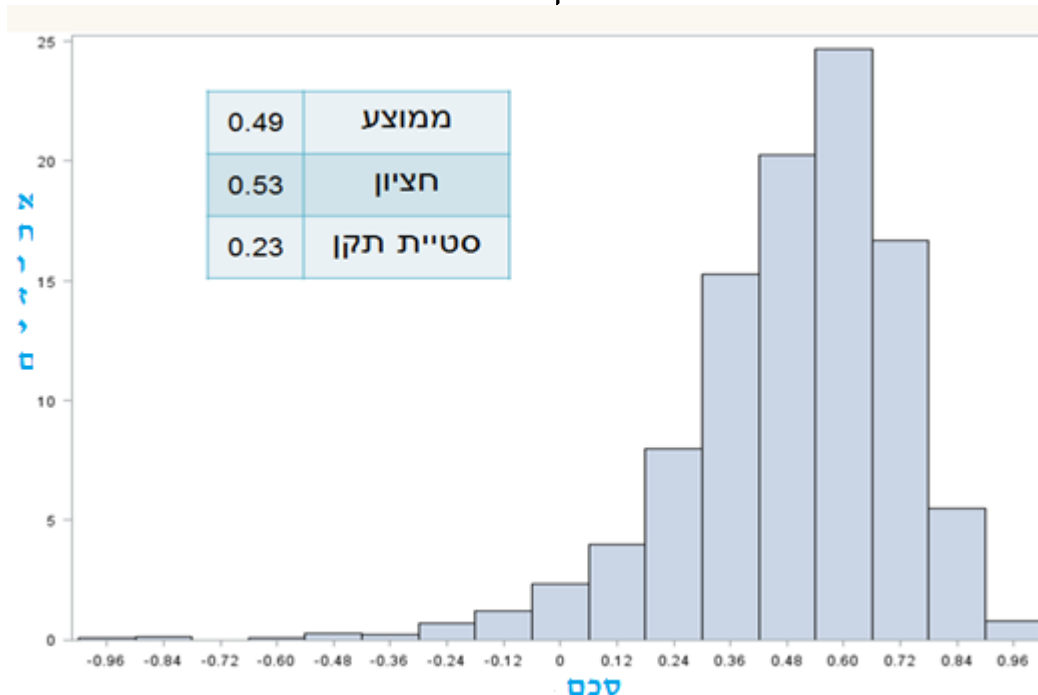
איור 5 – התפלגות גודל האפקט - מכפ"ל



נמצא כי מקדמי המתאם נעים מ-0.80 עד 1.00, 2% מהם נמוכים מ-0 וכ-10% מהם גבוהים מ-0.70.

באיור 6 מוצגת התפלגות גודל האפקט של החזאי סכס.

איור 6 – התפלגות גודל האפקט – סכס



נמצא כי מקדמי המתאם נעים מ-1.00 ועד 1.00, פחות מ-1% מהם נמוכים מ-0 וכ-20% מהם גבוהים מ-0.70.

איור 4 עד איור 6 מדגישים את העובדה שכדי לקבוע תוקף של כלי ניבוי אין להסתמך על מחקר יחיד, משום שטווח גודלי האפקטים מכסה כמעט את כל הקשת האפשרית (בהיותו מתאם, הטווח הוא בהכרח בין -1 ל-+1).

#### 4.1.3. משתנים מסבירים – נתוני רקע מקובצים

להלן סטטיסטיים תיאוריים הנוגעים לנתוני הרקע המקובצים שנכללו במטא-רגרסיה. מטרת הצגתם כאן היא, בין השאר, לתת משמעות לתוצאות (מקדמים סטנדרטיים) ולהשוות ביניהן. לוח 1 מציג ממוצע, סטיית תקן, מינימום ומקסימום של המשתנים אחוז נבחני עברית, אחוז הנשים, גיל ממוצע ורמת סלקטיביות (ממוצע הסכס).

## לוח 1 - סטטיסטיקה של נתוני הרקע

| ממוצע     | אחוז נבחני עברית | אחוז הנשים | גיל ממוצע | רמת סלקטיביות |
|-----------|------------------|------------|-----------|---------------|
| ממוצע     | 85.0%            | 57.9%      | 22.734    | 59.035        |
| סטיית תקן | 16.3%            | 23.8%      | 1.159     | 6.544         |
| מינימום   | 2.2%             | 0.0%       | 18.615    | 36.646        |
| מקסימום   | 100.0%           | 100.0%     | 33.667    | 75.554        |

### 4.2. מטא-אנליזה

בהתאם למתואר בפרק השיטה (פרק 3) מופיעות כאן תוצאות השימוש במודל הכללי בשיטת האפקטים האקראיים, לאחר מכן תוצאות אנליות תתי-הקבוצות ולבסוף תוצאות המטא-רגרסיה.

#### 4.2.1 מודל של אפקטים אקראיים

לוח 2 מציג את תוצאות השימוש במודל הכללי בשיטת האפקטים האקראיים.

לוח 2 - תוצאות השימוש במודל של אפקטים אקראיים על ששת החזאים: תוקף ניבוי וטעות התקן (בסוגריים) + מדדי פיזור שונים

| תוקף                 | בגרות       | מכפ"ל       | מילולי      | כמותי       | אנגלית      | סכמ         |
|----------------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|-------------|
| תוקף                 | .401(.007)  | .482(.005)  | .404(.005)  | .409(.006)  | .362(.006)  | .522(.006)  |
| 95% רווח סמך לתוקף   | (.387,.414) | (.471,.492) | (.394,.415) | (.396,.422) | (.351,.372) | (.510,.534) |
| Q                    | 8483.917    | 6206.298    | 5183.466    | 8809.356    | 5316.178    | 8160.929    |
| df                   | 1583        | 1583        | 1583        | 1583        | 1583        | 1583        |
| $T^2$                | .050(.003)  | .029(.002)  | .026(.002)  | .048(.005)  | .028(.002)  | .039(.003)  |
| 95% רווח סמך ל $T^2$ | (.047,.053) | (.027,.031) | (.024,.028) | (.045,.050) | (.026,.031) | (.037,.041) |
| T                    | .224        | .170        | .162        | .218        | .169        | .197        |
| 95% רווח סמך ל T     | (.218,.230) | (.164,.175) | (.156,.168) | (.213,.224) | (.163,.175) | (.192,.203) |
| $I^2$                | .813        | .745        | .695        | .820        | .702        | .806        |
| 95% רווח סמך ל $I^2$ | (.805,.822) | (.732,.757) | (.679,.710) | (.812,.828) | (.687,.717) | (.797,.815) |

כפי שאפשר לראות, אחוז השונות האמתית ( $I^2$ ) המתקבל הוא גבוה למדי (70%-80%). מכאן שיש שונות בגודל האפקט בין המחקרים, מה שמצדיק את הניסיון להסביר אותה באמצעות המשתנים שצוינו קודם.

#### 4.2.2. אנליזת תתי-קבוצות (ניתוח שונות)

בלוח 3 מוצגות תוצאות ניתוח השונות של המשתנה פקולטה בחלוקה לשתי קבוצות (הומניות/ראליות).

לוח 3 – ניתוח שונות של תוקף המשתנה המקבץ פקולטה בחלוקה לשתי קבוצות

|                | n   | בגרות      | מכפ"ל      | מילולי     | כמותי      | אנגלית     | סכום       |
|----------------|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| הומניות        | 795 | .364(.009) | .475(.007) | .428(.007) | .375(.010) | .377(.008) | .497(.007) |
| ראליות         | 789 | .440(.010) | .487(.008) | .379(.008) | .445(.008) | .346(.008) | .550(.009) |
| p-value        |     | <.001      | .270       | <.001      | <.001      | .003       | <.001      |
| R <sup>2</sup> |     | .089       | .014       | .006       | .000       | .009       | .100       |

בנספח 7.1 מפורט אופן חישוב שתי השורות האחרונות בעמודה במקרה של החזאי בגרות. כמתואר בלוח 3, הבדלי התוקף בין שתי קבוצות הפקולטות מובהקים (ברמה של 0.01) בכל החזאים פרט למכפ"ל. במילים אחרות, לא נמצא הבדל בתוקף המכפ"ל בין הפקולטות ההומניות לפקולטות הריאליות. ראוי לציין שכמצופה, התוקף של הכמותי גבוה לגבי הפקולטות הריאליות (בהשוואה להומניות) בעוד שבמקרה של המילולי המצב הפוך.

בלוח 4 מוצגות תוצאות ניתוח השונות של המשתנה פקולטה בחלוקה ל-10.

לוח 4 – ניתוח שונות של תוקף המשתנה המקבץ פקולטה בחלוקה ל-10 קבוצות

|               | n   | בגרות      | מכפ"ל      | מילולי     | כמותי      | אנגלית     | סכום       |
|---------------|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| רוח ואומנויות | 501 | .407(.010) | .485(.010) | .446(.010) | .381(.016) | .378(.012) | .526(.008) |
| חברה מילולי   | 270 | .308(.015) | .466(.012) | .410(.011) | .368(.012) | .373(.011) | .463(.013) |
| משפטים        | 24  | .382(.047) | .455(.027) | .385(.028) | .331(.032) | .380(.023) | .461(.041) |
| חברה כמותי    | 88  | .471(.020) | .420(.016) | .296(.017) | .370(.019) | .289(.015) | .537(.019) |
| ביולוגיים     | 110 | .483(.017) | .567(.016) | .446(.019) | .544(.014) | .367(.023) | .618(.019) |
| פיסיקליים     | 97  | .524(.017) | .590(.015) | .469(.018) | .573(.015) | .438(.020) | .670(.013) |



|            |            |            |            |            |            |     |                   |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----|-------------------|
| .629(.017) | .429(.018) | .537(.019) | .458(.020) | .567(.019) | .473(.020) | 107 | מתמטיקה ומחשבים   |
| .572(.015) | .332(.014) | .449(.013) | .410(.013) | .492(.014) | .493(.014) | 217 | הנדסה וארכיטקטורה |
| .395(.052) | .257(.025) | .372(.030) | .268(.036) | .393(.013) | .303(.064) | 74  | רפואה             |
| .369(.038) | .295(.019) | .255(.034) | .259(.030) | .365(.033) | .274(.037) | 96  | עזר רפואה         |
| <.001      | <.001      | <.001      | <.001      | <.001      | <.001      |     | p-value           |
| .206       | .105       | .190       | .143       | .111       | .201       |     | R <sup>2</sup>    |

בלוח 4 אפשר לראות שהבדלי התוקף מובהקים (ברמה של 0.001) לכל החזאים. לכן נערכה בדיקה נוספת פוסט-הוק בין כל הזוגות לכל חזאי. כדי לא לפגוע ברצף, התוצאות מוצגות בנספח 7.3.1.

בלוח 5 מוצגות תוצאות ניתוח השונויות של תוקף הניבוי בין השנים.

#### לוח 5 - ניתוח שונויות של תוקף הניבוי בין השנים

| סכום       | אנגלית     | כמותי      | מילולי     | מכפ"ל      | בגרות      | n   |                |
|------------|------------|------------|------------|------------|------------|-----|----------------|
| .550(.013) | .374(.012) | .435(.019) | .419(.013) | .507(.012) | .421(.014) | 274 | תשס"ד          |
| .502(.015) | .370(.013) | .415(.014) | .388(.013) | .471(.013) | .371(.019) | 259 | תשס"ה          |
| .525(.014) | .364(.012) | .422(.013) | .393(.013) | .484(.013) | .403(.015) | 263 | תשס"ו          |
| .510(.015) | .348(.015) | .391(.015) | .404(.013) | .465(.014) | .394(.016) | 264 | תשס"ז          |
| .528(.015) | .369(.013) | .413(.015) | .418(.014) | .492(.014) | .404(.016) | 263 | תשס"ח          |
| .517(.016) | .345(.016) | .387(.014) | .403(.013) | .469(.013) | .412(.018) | 261 | תשס"ט          |
| .200       | .610       | .220       | .490       | .160       | .430       |     | p-value        |
| .007       | .000       | .103       | .000       | .001       | .011       |     | R <sup>2</sup> |

בלוח 5 אפשר לראות שהבדלי התוקף בין השנים אינם מובהקים (ברמה 0.05), וזאת לכל החזאים. במילים אחרות, לא נמצא הבדל תוקף מובהק בין השנים.

בלוח 6 מוצגות תוצאות ניתוח השונויות בין המוסדות.

#### לוח 6 – ניתוח שונויות של תוקף הניבוי בין המוסדות

| מוסד           | n   | בגרות      | מכפ"ל      | מילולי     | כמותי      | אנגלית     | סכמ        |
|----------------|-----|------------|------------|------------|------------|------------|------------|
| מוסד 1         | 276 | .471(.011) | .490(.011) | .405(.012) | .432(.010) | .340(.011) | .560(.011) |
| מוסד 2         | 185 | .406(.017) | .450(.014) | .387(.014) | .403(.015) | .296(.015) | .498(.015) |
| מוסד 3         | 236 | .217(.015) | .415(.014) | .345(.014) | .298(.026) | .372(.016) | .376(.015) |
| מוסד 4         | 418 | .439(.013) | .521(.011) | .435(.011) | .451(.011) | .378(.011) | .580(.011) |
| מוסד 5         | 128 | .421(.020) | .473(.019) | .367(.018) | .460(.017) | .313(.020) | .546(.021) |
| מוסד 6         | 341 | .431(.015) | .503(.011) | .435(.011) | .430(.012) | .409(.010) | .546(.013) |
| p-value        |     | <.001      | <.001      | <.001      | <.001      | <.001      | <.001      |
| R <sup>2</sup> |     | .216       | .151       | .105       | .019       | .104       | .260       |

בלוח 6 אפשר לראות שהבדלי התוקף בין המוסדות מובהקים (ברמה של 0.001) לכל החזאים. לכן נערכו השוואות פוסט-הוק בין כל הזוגות לכל אחד מהחזאים. תוצאות אלו מוצגות בנספח 7.3.2. ראוי לציין שבמוסד 3 נמצא שהתוקף ביחס לחזאים בגרות, כמותי וסכמ נמוך באופן משמעותי מבשאר המוסדות. הדבר מתבטא גם בניתוח הפוסט-הוק: הבדלים בחזאים אלו (בגרות, כמותי וסכמ) מובהקים במוסד זה בלבד.

#### 4.2.3. מטא-רגרסיה

בלוח 7 מוצגות תוצאות המטא-רגרסיה שנערכה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה שנה.

#### לוח 7 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה שנה

|                | בגרות   | מכפ"ל    | מילולי  | כמותי    | אנגלית   | סכמ      |
|----------------|---------|----------|---------|----------|----------|----------|
| b              | 0.00195 | -0.00364 | 0.00053 | -0.00904 | -0.00349 | -0.00186 |
| $\beta$        | 0.01380 | -0.03160 | 0.00450 | -0.07148 | -0.02979 | -0.01473 |
| p-value        | .621    | .249     | .865    | .016     | .282     | .598     |
| R <sup>2</sup> | .001    | .000     | .000    | .064     | .000     | .000     |

כמצופה, למשתנה שנה לא הייתה תרומה מובהקת לניבוי התוקף של אף לא אחד מהחזאים (ברמה של 0.01, וראו בהקשר זה לוח 5).

בלוח 8 מוצגות תוצאות המטא-רגרסיה שנערכה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה אחוז נבחני העברית.

**לוח 8 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה אחוז נבחני העברית**

|                | בגרות   | מכפ"ל   | מילולי  | כמותי   | אנגלית   | סכמ     |
|----------------|---------|---------|---------|---------|----------|---------|
| b              | 0.64930 | 0.09061 | 0.13915 | 0.17023 | -0.10285 | 0.33525 |
| $\beta$        | 0.42226 | 0.07369 | 0.10999 | 0.13095 | -0.08331 | 0.25884 |
| p-value        | .000    | .007    | .000    | .000    | .003     | .000    |
| R <sup>2</sup> | .312    | .005    | .009    | .078    | .005     | .115    |

תרומת המשתנה אחוז נבחני עברית לניבוי התוקף נמצאה מובהקת (ברמה של 0.01 לפחות) בכל החזאים עם מקדם חיובי פרט לאנגלית. המשתנה אחוז נבחני העברית מסביר כ-31% אחוז מהשונות במקדמי התוקף של הבגרות, כ-12% של הסכמ וכ-8% של הכמותי, ואילו בשאר החזאים הוא מסביר פחות מאחוז אחד.

בלוח 9 מוצגות תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה אחוז נשים.

**לוח 9 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה אחוז נשים**

|                | בגרות    | מכפ"ל    | מילולי   | כמותי    | אנגלית  | סכמ      |
|----------------|----------|----------|----------|----------|---------|----------|
| b              | -0.25957 | -0.06337 | -0.02202 | -0.14120 | 0.01994 | -0.17351 |
| $\beta$        | -0.25340 | -0.07564 | -0.02553 | -0.15942 | 0.02339 | -0.18860 |
| p-value        | .000     | .006     | .335     | .000     | .398    | .000     |
| R <sup>2</sup> | .108     | .008     | .000     | .000     | .000    | .067     |

תרומת המשתנה אחוז נשים לניבוי התוקף נמצאה מובהקת (ברמה של 0.01 לפחות) בחזאים בגרות, מכפ"ל, כמותי וסכמ עם מקדם שלילי (ככל שאחוז הנשים גבוה יותר מקדם התוקף נמוך יותר). אחוז הנשים מסביר כ-11% מהשונות בתוקף של הבגרות ו-7% מהשונות בתוקף של הסכמ, אך אינו תורם להסבר השונות בתוקף המכפ"ל והכמותי.

בלוח 10 מוצגות תוצאות המטא-גרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה גיל ממוצע.

**לוח 10 – תוצאות המטא-גרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה גיל ממוצע**

|                | בגרות   | מכפ"ל    | מילולי   | כמותי    | אנגלית   | סכמ      |
|----------------|---------|----------|----------|----------|----------|----------|
| b              | 0.01694 | -0.00968 | -0.00782 | -0.01489 | -0.01650 | -0.00241 |
| $\beta$        | 0.07742 | -0.05357 | -0.04111 | -0.07620 | -0.08642 | -0.01231 |
| p-value        | .006    | .050     | .118     | .014     | .002     | .654     |
| R <sup>2</sup> | .010    | .010     | .019     | .047     | .002     | .048     |

תרומת המשתנה גיל ממוצע לניבוי התוקף נמצאה מובהקת (ברמה של 0.01 לפחות) בחזאים בגרות עם מקדם חיובי ובאנגלית עם מקדם שלילי. מכפ"ל ובכמותי המקדם מובהק (ברמה של 0.05) עם מקדם שלילי. הגיל הממוצע מסביר כ-5% מהשונות במקדמי התוקף של הסכמ והכמותי ופחות משני אחוזים בשאר החזאים.

בלוח 11 מוצגות תוצאות המטא-גרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה רמת סלקטיביות (ממוצע סכמ).

**לוח 11 – תוצאות המטא-גרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה רמת סלקטיביות (ממוצע סכמ)**

|                | בגרות   | מכפ"ל   | מילולי  | כמותי   | אנגלית  | סכמ     |
|----------------|---------|---------|---------|---------|---------|---------|
| b              | 0.00984 | 0.00305 | 0.00022 | 0.00449 | 0.00047 | 0.00637 |
| $\beta$        | 0.2585  | 0.09819 | 0.00693 | 0.13707 | 0.01482 | 0.18747 |
| p-value        | .000    | .000    | .793    | .000    | .592    | .000    |
| R <sup>2</sup> | .275    | .088    | .015    | .000    | .000    | .240    |

תרומת המשתנה רמת סלקטיביות לניבוי התוקף נמצאה מובהקת (ברמה של 0.001 לפחות) בכל החזאים פרט למילולי ואנגלית עם מקדם חיובי. הוא מסביר כ-28% מהשונות של הבגרות, כ-24% מהשונות של הסכמ וכ-9% מהשונות של מכפ"ל, אך בכמותי הוא אינו מסביר שום שונות.

בלוח 12 מוצגות תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה מספר לומדים בחוג.

**לוח 12 – תוצאות המטא-רגרסיה לניבוי התוקף בעזרת המשתנה מספר לומדים בחוג**

|         | בגרות    | מכפ"ל    | מילולי   | כמותי    | אנגלית   | סכמ      |
|---------|----------|----------|----------|----------|----------|----------|
| b       | -0.00022 | -0.00029 | -0.00025 | -0.00024 | -0.00023 | -0.00032 |
| $\beta$ | -0.09102 | -0.15209 | -0.12854 | -0.11466 | -0.12118 | -0.15003 |
| p-value | .001     | .000     | .000     | .000     | .000     | .000     |
| $R^2$   | .084     | .074     | .037     | .074     | .059     | .118     |

תרומת המשתנה מספר לומדים בחוג לניבוי התוקף נמצאה מובהקת (ברמה של 0.001 לפחות) בכל אחד מהחזאים עם מקדם שלילי. הוא מסביר שונות שנה מ-4% (מילולי) עד כ-12% (סכמ).

## 5.1. סיכום הממצאים

במחקר זה נערכה מטא-אנליזה של תוקף החזאים השונים המשמשים לחיזוי ההצלחה בלימודים באוניברסיטה בשנה א'. המחקר התבסס על 1,584 מחקרים שונים. המחקר בוצע בשיטת מודל של אפקטים אקראיים, מודל המייצג את המציאות טוב יותר ממודל של אפקט קבוע, והערכות השונות חושבו בשיטת המומנטים. גודלי האפקטים (מקדמי התוקף) תוקנו לקיצוץ תחום עקיף לפי החזאי סכם, וציון הסכם תוקן בהתאם לקיצוץ תחום ישיר. השונות של גודלי האפקטים חושבה לפי נוסחה שפיתחו עורכי המחקר.

כמו במחקרים קודמים (ראו תת-פרק 5.2) נמצא כי תוקף הסכם הוא הגבוה ביותר (תוחלת של 0.52), לאחריו תוקף המכפ"ל (תוחלת של 0.48), לאחר מכן הבגרות, הכמותי והמילולי (תוחלות זהות של 0.40), ולבסוף האנגלית (תוחלת של 0.36). לגבי השונות הבין-מחקרית האמתית נמצא כי מכפ"ל ורכיביו הם בעלי השונות אמתית הנמוכה ביותר ( $T^2 \sim 0.026-0.029$ ), לאחר מכן הסכם (0.039) ולבסוף הבגרות (0.050). אחוז השונות הבין-מחקרית האמתית מן השונות הכוללת היה הנמוך ביותר לגבי המילולי והאנגלית ( $I^2 \sim 70\%$ ), לאחר מכן המכפ"ל ( $I^2 \sim 75\%$ ), ולבסוף הבגרות, הסכם והכמותי ( $I^2 \sim 81\%$ ).

היות שאחוז השונות האמתית של האומדים גבוה יחסית, בוצעה אנליזה תתי-קבוצות בניסיון להסביר את ההטרוגניות הקיימת. לא נמצא הבדל מובהק בין השנים באף אחד מהחזאים. לעומת זאת נמצא הבדל מובהק בין הפקולטות, הן בחלוקה לשתי קבוצות והן בחלוקה ל-10 קבוצות, פרט לחזאי מכפ"ל בחלוקה לשתי קבוצות – כלומר, לא נמצא הבדל מובהק בתוקף המכפ"ל בין הפקולטות ההומניות לפקולטות הריאליות. הבדל מובהק בתוקף הניבוי נמצא בין אחד המוסדות לבין כל השאר, אך פרט לכך לא נמצא הבדל בתוקף הניבוי של רוב החזאים בין המוסדות.

את ההטרוגניות אפשר לנסות להסביר גם באמצעות ביצוע מטא-רגרסיה. גם בניתוח זה לא הסביר המשתנה שנה את השונות בין התקפיות, וזאת לגבי כל החזאים. תרומתו של המשתנה אחוז נבחני עברית במחקר לניבוי התוקף נמצאה מובהקת בכל החזאים עם מקדם חיובי פרט לחזאי אנגלית, ועבור החזאי בגרות הוא הסביר 31% מהשונות האמתית. תרומתו של המשתנה אחוז הנשים במחקר לניבוי התוקף הייתה מובהקת בכל החזאים פרט למילולי ולאנגלית עם מקדם שלילי. אחוזי השונות המוסברת של הבגרות והסכם היו 11% ו-7% בהתאמה. תרומת המשתנה גיל ממוצע הייתה מובהקת פרט למילולי ולסכם עם מקדם שלילי (בכל החזאים פרט לבגרות) ואחוזי השונות המוסברת של כל החזאים היו זניחים. משתנה רמת הסלקטיביות של יחידת המחקר ניבא במובהק את התוקף של החזאים פרט למילולי ואנגלית עם מקדם חיובי, ובבגרות ובסכם הסביר משתנה זה 28% ו-24% מהשונות בהתאמה. משתנה גודל המחקר תרם גם הוא באופן מובהק לניבוי תוקף כל החזאים עם מקדם שלילי, ואחוזי השונות המוסברים שלו קטנים למדי (4%–12%).

## 5.2. השוואות למחקרי תוקף אחרים בארץ

כמצוין בתת-פרק 2.1.3, זהו המחקר היחיד המוכר שנעשה בארץ בשיטת מטא-אנליזה עם אפקטים אקראיים. לכן, קשה להשוותו באופן מדויק למחקרים קודמים. למרות האמור לעיל, להלן השוואה של המחקר הנוכחי לשלושה מחקרים שנעשו בעבר.

- קלפר ואחרים (2014) – זהו המחקר העדכני ביותר. הוא התבסס על מאגר הנתונים של הלשכה המרכזית לסטטיסטיקה (למ"ס) וכלל נתונים על 528,734 מועמדים, שמהם ל-100,180 היו ציוני בוגר. במחקר חושב ממוצע, משוקלל במשקלות גודל החוג, של מקדמי התוקף מול ציון הבוגר, וזאת שלא כמו במחקר הנוכחי, שבו הקריטריון הוא ציון ממוצע של שנה א'. השנים שעליהן המחקר הסתמך הן 2002–2007 – תקופה החופפת בחלקה את תקופת המחקר הנוכחי.  
מקדמי התוקף שהתקבלו במחקרם של קלפר ואחרים (2014) היו: סכס 0.47, מכפ"ל 0.41, בגרות 0.38, מילולי 0.34, כמותי 0.33 ואנגלית 0.31. השוואה בין תוצאות שני המחקרים מראה כי תוצאות המחקר הנוכחי גבוהות במקצת מתוצאות המחקר הקודם, אם כי סדר מקדמי התוקף של החזאים נשמר. בשני המחקרים החזאי התקף ביותר הוא הסכס, ומכפ"ל בא אחריו.  
במחקר של קלפר ואחרים לא נבדקו ההבדלים בתוקף בין השנים באופן סטטיסטי, אך מעיון בנתונים הסיקו החוקרים כי אין הבדלים של ממש בתוקף בין השנים השונות. נוסף על כך הצביעו החוקרים על הבדלים במידת התוקף של החזאים במוסדות שונים ובפקולטות שונות. החלוקה לפקולטות במחקר זה של קלפר ואחרים הייתה שונה במקצת מהחלוקה לפקולטות במחקר הנוכחי: היא הסתמכה על אפיון של הלמ"ס ונעשתה פעמיים, ל-7 ול-14 מקבצים.
- קנת-כהן ואחרים (2014) – במחקר זה חושב תוקף הניבוי בפקולטה לרפואה בלבד, והוא שונה מהמחקר הנוכחי בכמה היבטים. ראשית, בהיותו מחקר ספציפי שהתמקד בפקולטה לרפואה בלבד, ציון הסכס שחושב בו ייצג במדויק את ציון הקבלה שחושב לכל מחקר. נוסף על כך, במחקר של קנת-כהן ואחרים נלקח בחשבון הליך הקבלה הדו-שלבי הנהוג בפקולטה זו: תיקון לקיצוץ תחום בוצע לפי הסכס בשלב הראשון, ולפי שילוב של סכס וציון בחינת מו"ר/מרק"ם בשלב השני (בהתאם למוסד ושנה).  
יתר על כן, אוכלוסיית המחקר של קנת-כהן ואחרים כללה אך ורק תלמידי חוגים לרפואה שהתקבלו על סמך הבגרות, ואילו אוכלוסיית המחקר הנוכחי כוללת גם תלמידים לרפואת שיניים ותלמידים שהתקבלו על סמך קריטריונים כמו הישגים בלימודים גבוהים קודמים.  
מקדמי התוקף שנמצאו במחקרם של קנת-כהן ואחרים היו 0.60–0.62 לסכס (בהתאם לשיטת החישוב של הסכס), 0.60 למכפ"ל ו-0.30 לבגרות.  
השוואת תוצאות מחקר זה למחקר הנוכחי, שבו מקדמי התוקף שנמצאו בפקולטה לרפואה היו 0.303 לבגרות, 0.393 למכפ"ל ו-0.395 לסכס (ראו לוח 4), מראה שמקדמי

התוקף של הסכם והמכפ"ל במחקר של קנת-כהן ואחרים גבוהים בהרבה מאלו שנמצאו במחקר הנוכחי. בשני המחקרים תוקף מכפ"ל והסכם דומים זה לזה, ובשניהם התוספת השולית של בגרות מעבר למכפ"ל היא זניחה בכל הנוגע לרפואה. ראוי לציין שבמחקר של קנת-כהן ואחרים נכתב: "יכולת ההשוואה של ממצאי המחקר הנוכחי עם ממצאי מחקרים קודמים על תוקף הניבוי של כלי המיון ללימודי רפואה היא מוגבלת, וזאת בשל הבדלים מתודולוגיים משמעותיים בין המחקרים".

- קנת-כהן ואחרים (1999) – זהו מחקר ישן יחסית, והוא מסתמך על השנים 1984–1995. המחקר בוצע אף הוא בשיטת ניתוח-על, והוא התבסס על 1,861 מחקרים. ניתוח-העל נעשה בשיטה ששמידט והנטר פיתחו במיוחד לשם עריכת מחקרי תוקף (Schmidt & Hunter, 1977). אחד מיתרונותיה של השיטה הוא שהיא מאפשרת לתקן את המתאמים לא רק לקיצוץ תחום אלא גם לטעות דגימה ולטעות מדידה של קריטריון, תיקונים שאינם מתאפשרים בשיטה של המחקר הנוכחי, בעיקר משום שבמסגרתה קשה לאמוד את השונות של מקדמי התיקון. מקדמי התוקף שמצאו קנת-כהן ואחרים היו 0.55 לסכם, 0.41 לבגרות ו-0.45 למכפ"ל. תוצאות אלו דומות למדי לאלו של המחקר הנוכחי, במיוחד בהתחשב בכך שאין חפיפה בין אוכלוסיות המחקר. כמו כן נמצא כי שונות המתאמים האמיתיים של ציון הסכם היא הקטנה ביותר, וזאת בניגוד למחקר הנוכחי שבו נמצא שהמכפ"ל ושני רכיביו, מילולי ואנגלית, היו בעלי השונות המוחלטת הקטנה ביותר ( $T^2 \sim 0.026-0.029$ , ראו לוח 2), וששונות הסכם הייתה השלישית בגודלה אחרי הבגרות (שממנה היא מושפעת כנראה) והכמותי. בדומה למחקר הנוכחי, גם במחקר הקודם נמצא כי המשתנה "מחזור לימודים" אינו מסביר את השונות בתוקף וכי משתנה הפקולטה תורם במידת מה להסבר השונות בין מקדמי התוקף. במחקר של קנת-כהן ואחרים נמצא כי המשתנה פקולטה תרם במיוחד במקרה של החזאים מילולי ואנגלית, וזאת בניגוד למחקר הנוכחי, שמצא שהתרומה של המשתנה פקולטה להסבר השונות היא הגדולה ביותר דווקא במקרה של הבגרות והסכם –  $R^2 \sim 0.20$  (ראו לוח 4).

### 5.3. השוואה למחקרי תוקף בארה"ב

החל מהשינוי שחל בו בשנת 2005, מבחן ה-SAT (SAT: Reasoning Test) האמריקאי מורכב משלושה חלקים: קריאה ביקורתית, מתמטיקה וכתובה. הציון המדווח של המבחן כולל שלושה ציונים נפרדים, אחד לכל חלק, ואין ציון רשמי כולל אחד לבחינה כולה. במחקר רחב היקף (Korbin et. al., 2008) שבחן את תוקף הניבוי של ציון ה-SAT המחודש, מחקר שנערך על מדגם גדול של 151,316 סטודנטים שבשנת 2006 למדו בשנה הראשונה בכ-110 מכללות ואוניברסיטאות בארה"ב, דווח על מקדמי תוקף של 0.54, 0.53 ו-0.62 (תוצאות מתוקנות לקיצוץ תחום) לציון בית הספר התיכון, לציוני מבחן ה-SAT, ולשילוב ציוני ה-SAT וציון התיכון בהתאמה. תוצאות אלו דומות לתוצאות של מחקרים קודמים, למשל Bridgeman, et. al., 2000.



התוקף של שילוב שני כלי המיון חושב על בסיס שקלול אופטימלי שלהם, וזאת להבדיל מציון הסכם הישראלי המורכב מבגרות וממכפ"ל במשקלות שווים. כמו כן, לצורך תיקון לקיצוץ תחום, סטיית התקן של האוכלוסייה הוגדרה במחקר האמריקאי כסטיית התקן בקרב כלל הנבחנים ב-SAT (הסיבות לכך מפורטות ב-Donlon, 1984). לעומת זאת, במחקר הנוכחי נעשה התיקון לקיצוץ תחום על פי סטיית התקן בקרב המועמדים לחוג. קרוב לוודאי שסטיית התקן במחקר הנוכחי קטנה מזו שנמצאה במחקרי התוקף של בחינות ה-SAT, ולכן התיקון לקיצוץ תחום הנקוט בו שמרני יותר.

#### 5.4. מגבלות המחקר והצעות למחקרי המשך

במחקר הנוכחי מבוצע תיקון מסוג אחד – תיקון לקיצוץ תחום. במחקר אין תיקון לסוגים נוספים של ארטיפקטים סטטיסטיים, כמו טעות דגימה וטעות מדידה בקריטריון (מהימנות). אמנם השיטה שמופעלת במחקר הנוכחי יכולה להתמודד גם עם תיקונים אלו, אבל כדי להפעילה יש לפתח נוסחאות לחישוב השונות של המקדמים המתוקנים.

מגבלה נוספת של המחקר הנוכחי היא שמטעמי פישוט נעשה שימוש בציון סכם אחיד לכל 1,584 המחקרים, וזאת אף על פי שתהליך הקבלה בפועל לא היה זהה בכולם. במחקרים מצומצמים יותר מומלץ להתחשב בציון הקבלה בפועל, כפי שנהגו קנת-כהן ואחרים במחקרם מ-2014, שניתח את התוקף ב-12 יחידות עיבוד בלבד מהחוג לרפואה.

המחקר הנוכחי משתמש בציון שנה א' כקריטריון שמולו נבדק תוקף הניבוי. יש לפחות עוד שלוש אפשרויות מעניינות לקריטריונים שימשו במחקר עתידי בנושא תוקף הניבוי של הבחינה הפסיכומטרית: הראשון הוא ציון סוף התואר (ציון בוגר), השני הוא המשתנה הדיכוטומי סיים/לא סיים את התואר, והשלישי הוא משך הזמן עד לסיום התואר. מחקרים של קלפר ואחרים מ-2014 אמנם השתמשו בשני הקריטריונים הראשונים כדי לתקן את כלי החיזוי.

לבסוף כדאי לציין כי אחד המשתנים המסבירים בניתוח המטא-רגרסיה במחקר הנוכחי היה אחוז הנבחנים בעברית. אפשרות הנובעת מכך היא לבצע מחקר-על שבדק את ההבדלים בתוקף כלי המיון לגבי אוכלוסיית דוברי העברית ולגבי אוכלוסיית דוברי הערבית.

## 6. מקורות

- אורן, כ., קנת-כהן, ת. וברונר, ש. (2007). נתונים מקובצים על תוקף מערכת המיון לאוניברסיטאות בחיזוי הצלחה בלימודי שנה א' (מחזורים תשס"ג - תשס"ה) (דוח מס' 376). ירושלים: מרכז ארצי לבחינות ולהערכה.
- קלפר, ד., טורוול, א. ואורן, כ. (2014). תוקף הניבוי של כלי המיון לאוניברסיטאות בישראל מול ממוצע תואר בוגר (דוח מס' 403). ירושלים: מרכז ארצי לבחינות ולהערכה.
- קנת-כהן, ת., טורוול, א., סער, י. ואורן, כ. (2014). תוקף מערכת המיון ללימודי רפואה בחיזוי ההצלחה בלימודי שנה א' באוניברסיטאות בשנים תשס"ז (2006/7) – תש"ע (2009/10) (דוח מס' 413). ירושלים: מרכז ארצי לבחינות ולהערכה.
- קנת-כהן, ת., ברונר, ש. ואורן, כ. (1999). ניתוח-על של תוקף המיון של מרכיבי מערכת המיון לאוניברסיטאות בישראל כלפי מידת ההצלחה בלימודים. מגמות, מ', 54–71.
- קנת-כהן, ת., אורן, כ., טורוול, א. וכהן, י. (2013). תוקף הניבוי של מערכת המיון לחוגים למשפטים באוניברסיטאות (מחזורים תשנ"ה - תשס"ט) (דוח מס' 385). ירושלים: מרכז ארצי לבחינות ולהערכה.
- Allen, N. L. & Dunbar S. B. (1990). Standard Errors of Correlations Adjusted for Incidental Selection. *Applied Psychological Measurement* 14: 83-94.
- Bobko, P. & Rieck, A. (1980). Large sample estimators for standard errors of functions of correlation coefficients. *Applied Psychological Measurement*, 4, 385-398.
- Borenstein, M., Hedges, V. L., Higgins, T. J. P. & Rothstein, R. H. (2009). *Introduction to Meta-Analysis*. Wiley; 1 edition.
- Bridgeman, B., McCamley-Jenkins, L. & Ervin, N. (2000). *Predictions of Freshman Grade-Point Average from the Revised and Recentered SAT I: Reasoning Test* (College Board Report No. 2000-1). New York: College Entrance Examination Board.
- DerSimonian, R. & Laird, N. (1986). Meta-analysis in clinical trials. *Control Clin. Trials*, 7, 177–187.

- Donlon, F.T. (1984). *The College Board Technical Handbook for the Scholastic Aptitude Test and Achievement Tests*. New York: College Entrance Examination Board.
- Dunn, O.J. & Clark, V. (1969). Correlation coefficients measured on the same individuals. *Journal of the American Statistical Association*, 64, 366-377.
- Fisher, R.A. (1915). Frequency distribution of the values of the correlation coefficient in samples of an indefinitely large population. *Biometrika* (Biometrika Trust) 10 (4): 507–521.
- Fisher, R.A. (1954). *Statistical methods for research workers*. Edinburgh: Oliver & Boyd.
- Kennet-Cohen, T., Bronner, S. & Oren, C. (1999). *The Predictive Validity of the Components of the Process of Selection of Candidates for Higher Education in Israel* (Repot No. 325). Jerusalem: National Institute for Testing and Evaluation.
- Korbin, J.L., Patterson, B.F., Shaw, E.J., Mattern, K.D., & Barbuti, S.M. (2008). *Validity of the SAT for Predicting First-Year College Grade Point Average* (Research Report No. 2008-5). New York: College Board.
- Li, J.C., Chan, W. & Cui, Y. (2010). Bootstrap standard error and confidence intervals for the correlations corrected for indirect range restriction. *British Journal of Mathematical and Statistical Psychology*, 64, 367–387.
- Linn, R.L. (1983). Pearson Selection Formulas: Implications for Studies of Predictive Bias and Estimates of Educational Effects in Selected Samples. *Journal of Educational Measurement*, 20, 1-16.
- Linn, R.L. (1990). Admission Testing: Recommended uses, Validity, Differential Prediction, and Coaching. *Applied Measurement in Education*, 3, 297-318.
- Oren C., Kennet-Cohen T., Turvall E., & Allalouf A. (2014). Demonstrating the Validity of Three General Scores of PET in Predicting Higher Education Achievement in Israel. *Psicothema* 2014, Vol 26, No. 1, 117-126.
- Schmidt, F.L. & Hunter, J.E. (1977). Development of a general solution to the problem of validity generalization. *Journal of Applied Psychology*, 62, 529-540.

Schmitt, N., Keeney, J., Oswald, F.L., Pleskac, T., Quinn, A., Sinha, R. & Zorzie, M. (2009). Prediction of 4-year College Student Performance using Cognitive and non-Cognitive Predictors and the Impact of Demographic Status on Admitted Students. *Journal of Applied Psychology*, 94, 1479-1497.

Thorndike, R.L. (1949). *Personnel selection*. New York: Wiley.

## 7.1. דוגמה חישובית לאנליזת תתי-קבוצות

נספח זה מסביר ביתר פירוט כיצד חושבו המספרים בשתי השורות האחרונות בלוח 3 במקרה של החזאי בגרות. להלן מפורטות שתי שיטות לחישוב ערך ה- $p$ . שיטה אחת המחקר מבחן  $t$  בין שני מדגמים במחקר ראשי ושיטה אחרת המחקר ניתוח שונות בין שני מדגמים או יותר במחקר ראשי. מובן ששתי השיטות מביאות לתוצאות זהות. בלוח 13 מוצגות תוצאות המודל של האפקטים האקראיים שהופעל בנפרד על הפקולטות ההומניות והפקולטות הריאליות, וכן מוצגות בו תוצאות השילוב של שניהם.

לוח 13 – דוגמה חישובית לניתוח שונות עבור החזאי בגרות בחלוקה לשתי קבוצות פקולטות

|       | הומניות  | ראליות   | סה"כ      |
|-------|----------|----------|-----------|
| M     | 0.364    | 0.440    | 0.398     |
| $V_M$ | 7.83E-05 | 9.4E-05  | 4.27E-05  |
| Q     | 3601.395 | 4255.696 | 8483.917  |
| df    | 794      | 788      | 1583      |
| C     | 69898.28 | 67738.13 | 137880.30 |
| $T^2$ | 0.040    | 0.051    | 0.050     |
| $Q^*$ | 725.126  | 608.448  | 1367.359  |

המדדים בטור הימני הוצגו והוסברו בפרק השיטה על מודל של אפקטים אקראיים (תת-פרק 3.3.2). בשלב זה חשוב להעיר שתי הערות:

- תוחלת האפקט עבור הסך הכול אינה זהה לזו המתקבלת בלוח 2. זו אינה טעות עיגול (לכן נשמרו 3 ספרות לאחר הנקודה), אלא תוצאה הנובעת משיטות חישוב שונות. בלוח זה תוחלת הסך הכול מחושבת לפי  $T^2$  השונה בכל קבוצה, בעוד שבלוח 2 הסך הכול מחושב לפי ערך  $T^2$  שמעבר לכל המחקרים.
- $Q^*$  מחושב לפי אותה הנוסחה שלפיה מחושב  $Q$  (ראו תת-פרק 3.3.2), אלא שהחישוב נעשה לפי המשקלות החדשים. ערך זה משמש כמדד שלפיו מנתחים את תתי-הקבוצות בשיטה המחקר את ניתוח השונות ומוצגת בהמשך.

### 7.1.1 מבחן t

שיטה זו מחקה את מבחן t של זוג מחקרים ראשיים.

$$Diff = M_A - M_B = 0.364 - 0.440 = -0.076$$

$$SE_{Diff} = \sqrt{V_{M_A} + V_{M_B}} = \sqrt{7.83E - 05 + 9.4E - 05} = 0.013124$$

$$Z_{Diff} = \frac{Diff}{SE_{Diff}} = \frac{-0.076}{0.013124} = -5.81248$$

$$p = 2(1 - \Phi(|z|)) = 6.155E - 09$$

ערך זה קטן מ-0.001, ומכאן הערך המופיע בלוח 3.

### 7.1.2 מבחן Q לניתוח שונות

שיטה זו מחקה ניתוח שונות של זוג מחקרים ראשיים.

$$Q_{within}^* = Q_A^* + Q_B^* = 725.126 + 608.448 = 1,333.574$$

$$Q_{between}^* = Q^* - Q_{within}^* = 1,367.359 - 1,333.574 = 33.785$$

$$Q_{between}^* \sim \chi^2(1) \Rightarrow p = 6.155E - 09$$

ערך p שהתקבל בשיטה זו זהה לערך p שהתקבל בשיטה הקודמת. דבר זה אינו מפתיע, היות שידוע ש- $\mathcal{N}^2 \sim \chi^2(1)$  (ריבוע של משתנה נורמלי מתפלג חי-בריבוע עם דרגת חופש אחת), ואכן  $(-5.81248)^2 = 33.784$ .

השיטה הזו מתאימה למקרה שבו מספר הקבוצות גדול משתיים.

### 7.1.3 אחוז שונות מוסברת

בהתאם לנוסחאות שמופיעות בתת-פרק 3.3.3 מתקבל אחוז השונות המוסברת שלהלן:

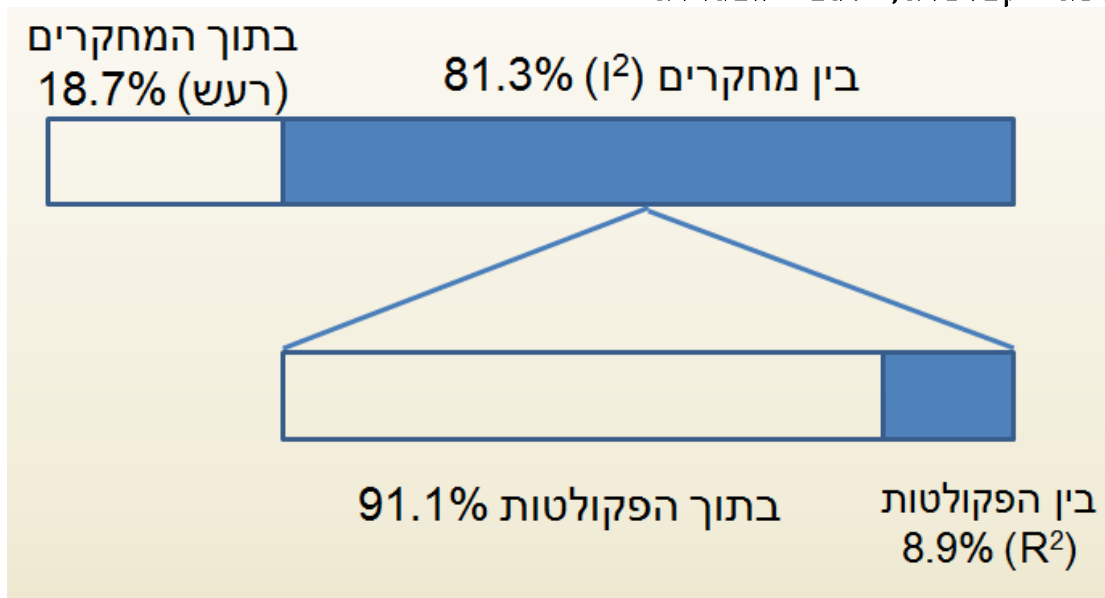
$$T_{within}^2 = \frac{(4,255 + 3,601) - (794 + 788)}{69,898 + 67,738} = 0.0456$$

$$R^2 = 1 - \left( \frac{T_{within}^2}{T_{total}^2} \right) = 1 - \frac{0.0456}{0.050} = 0.089$$

ערך זה זהה לערך המופיע בלוח 3.

לבסוף כדאי להזכיר שערך זה (8.9%) מחושב על בסיס השונות האמתית ( $T^2$ ) ולא על בסיס כלל השונות. היות שערך  $I^2$  של הבגרות, המופיע בלוח 2, הוא 81.3%, אפשר להציג את השונות המוסברת בצורה סכמתית:

איור 7 – פרופורציית השונות המוסברת באמצעות פקולטה בחלוקה לשתי קבוצות, לגבי הבגרות



## 7.2. שונות האומד תוקף הניבוי מתוקן לברירה עקיפה

בנספח זה מוצג פיתוח של נוסחה אנליטית לחישוב שונות האומד של מתאם בין X ו-Y המתוקן לקיצוץ תחום לפי ברירה חד-משתנית במקרה התלת-משתני, כלומר של מתאם המתקיים בין זוג משתנים X ו-Y באוכלוסייה ללא ברירה, שחושב על פי מתאם ידוע ביניהם בתת-אוכלוסייה שעברה ברירה על פי משתנה שלישי.

נסמן ב-Z את המשתנה השלישי שעל פיו בוצעה הברירה. המשתנה Z עבר ברירה ישירה, והמשתנים X ו-Y עברו ברירה עקיפה, כיוון שהם מתואמים עם S. Z ו-s מציינים סטיות תקן ו-R ו-r מציינים מתאמים: אותיות קטנות מתארות סטטיסטיים בקבוצה שעברה ברירה, ואותיות גדולות מתארות אומדנים של הפרמטרים באוכלוסייה (טרם ברירה). נתונים ברמה האוכלוסייה (S) ידועים רק לגבי המשתנה שעבר ברירה ישירה. אם מתקיימות ההנחות שלהלן:

- הרגרסיות של Y על Z ושל X על Z הן לינאריות
- השונות (והשונות המשותפות) המותנות של Y ושל X אינן תלויות ב-Z (הומוסקדסטיות)

אזי (בהתאם ל Linn, 1983):

$$R_{XY} = \frac{r_{XY} + (k^2 - 1)r_{XZ}r_{YZ}}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XZ}^2} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{YZ}^2}} \quad (*)$$

כאשר:

$$k^2 = \frac{S_Z^2}{s_Z^2} \geq 0$$

אם Z=X מדבור במקרה של ברירה ישירה, ובמידה שנציב בנוסחה (\*)  $r_{XZ} = r_{ZZ} = 1$ :

$r_{YZ} = r_{YX} = r_{XY}$  נקבל:

$$\begin{aligned} R_{XY} &= \frac{r_{XY} + (k^2 - 1) \cdot 1 \cdot r_{XY}}{\sqrt{1 + (k^2 - 1) \cdot 1} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}} = \frac{r_{XY}(1 + k^2 - 1)}{\sqrt{k^2} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}} \\ &= \frac{r_{XY} \cdot k^2}{k \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}} = \frac{r_{XY} \cdot k}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}} \end{aligned}$$



שהיא הנוסחה המוכרת לתיקון מקרה 2 של תורדניק (Thorndike, 1949).  
במקרה זה, השונות במתאם המתוקן מבוטאת בנוסחה הבאה (Bobko & Rieck, 1980):

$$\text{Var}(R_{XY}) = \frac{k^2 \cdot (1 - r_{XY}^2)^2}{(n - 1) \cdot (1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2)^3} \quad (**)$$

כאשר  $n$  הוא גודל המדגם (מספר הזוגות  $X$  ו- $Y$ ).

אם כן, מטרתנו היא לפתח נוסחה מקבילה לנוסחה (\*\*) עבור  $R_{XY}$  של הנוסחה (\*).  
ברצוננו להיעזר בהצבות דומות לאלו שנעשו במקרה של חישוב האומדנים, ולהראות כי הנוסחה שפותחה קורסת לנוסחה (\*\*), כלומר שנוסחה (\*\*) היא מקרה פרטי של הנוסחה שלנו.  
לשם כך אנו משתמשים בשיטה המתוארת במאמר של בובקו ורייך (Bobko & Rieck, 1980), אך היות שנוסחה (3) במאמר שלהם לחישוב שונות משותפת אסימפטוטית שגויה, אנו משתמשים לצורך זה בנוסחה הנכונה הלקוחה מדון וקלארק (Dunn & Clark, 1969).  
במאמרם בובקו ורייך מפתחים רק את (\*\*), שהיא נוסחה סגורה ופשוטה יחסית. במקרה הלא ישיר הנוסחה האנליטית מסובכת הרבה יותר, ולכן מרבים להיעזר במקרים כאלה בחישוב נומרי בעזרת שיטות כמו Bootstrap (Li, Chan & Cui, 2010).  
נפתח בתיאור השיטה המתמטית, ולאחר מכן נפעיל אותה על (\*).

#### משפט:

תהי  $f: \mathbb{R}^\ell \rightarrow \mathbb{R}$  פונקציה, ותהי  $\{X_i\}_{i=1}^\ell$  סידרת משתנים מקריים. אזי:

$$\begin{aligned} \text{VAR}\{f(X_1, \dots, X_n)\} &\approx \sum_{i=1}^n \left( \frac{\partial f}{\partial X_i}(EX_1, \dots, EX_n) \right)^2 \text{VAR}(X_i) + \\ &2 \cdot \sum_{i < j} \left( \frac{\partial f}{\partial X_i}(EX_1, \dots, EX_n) \cdot \frac{\partial f}{\partial X_j}(EX_1, \dots, EX_n) \right) \cdot \text{COV}(X_i, X_j) \end{aligned}$$

#### הוכחה:

נזכיר את פיתוח טיילור של פונקציה רב-משתנית עד סדר ראשון סביב הנקודות  $a_1, \dots, a_n$

$$f(x_1, \dots, x_n) = f(a_1, \dots, a_n) + \sum_{i=1}^{\ell} \frac{\partial f}{\partial x_i}(a_1, \dots, a_n) \cdot (x_i - a_i) + \sum_{i \leq j} O(x_i x_j)$$

עוד נזכיר את הנוסחה הכללית של שונות של סכום משתנים מקריים:

$$\text{VAR}\left(\sum_{i=1}^{\ell} X_i\right) = \sum_{i,j=1}^{\ell} \text{COV}(X_i, X_j) = \sum_{i=1}^{\ell} \text{VAR}(X_i) + 2 \cdot \sum_{i < j} \text{COV}(X_i, X_j)$$

ולבסוף נזכיר את התוצאה הפשוטה לגבי שונות משותפת :

$$\text{COV}(aX + b, cY + d) = ac\text{COV}(X, Y)$$

פיתוח טיילור סביב התוחלות  $EX_1, \dots, EX_n$  ושימוש פשוט בשתי הנוסחאות האחרות ייתן את התוצאה המבוקשת.

מקרה פרטי: כאשר יש רק משתנה אחד (כלומר כאשר  $\ell = 1$ ) הנוסחה היא :

$$\text{VAR}(f(X)) = \left(\frac{df}{dX}\right)^2 \text{VAR}(X)$$

דוגמה: לגבי מקדם המתאם הוכיח פישר (Fisher, 1954) כי

$$\text{VAR}(r) = \frac{(1 - r^2)^2}{n - 1}$$

נחשב את השונות של הטרנספורמציה  $z$  של פישר (Fisher, 1915)

$$z(r) = \frac{1}{2} \ln \left( \frac{1+r}{1-r} \right)$$

לצורך זה נחשב את הנגזרת של  $z(r)$

$$\begin{aligned} \frac{dz(r)}{dr} &= \frac{1}{2} (\ln(1+r) - \ln(1-r))' = \frac{1}{2} \left( \frac{1}{1+r} + \frac{1}{1-r} \right) = \frac{1}{2} \left( \frac{1+r+1-r}{1-r^2} \right) \\ &= \frac{1}{1-r^2} \end{aligned}$$

ולכן נקבל:

$$\text{VAR}(z(r)) = \left( \frac{1}{1-r^2} \right)^2 \cdot \frac{(1-r^2)^2}{n-1} = \frac{1}{n-1}$$

כדאי לציין שבנוסחה המוכרת לחישוב שונות המתאם מופיע במכנה  $(n-3)$  (ולא  $n-1$  כפי שקיבלנו); הפיתוח המוצג כאן הוא קירוב אסימפטוטי בלבד. חשיבות הטרנספורמציה נעוצה בכך שהשונות אינה תלויה עוד ב- $r$ . כעת נעבור לפיתוח השונות של הטרנספורמציה (\*).

במקרה שלנו יש לבצע את הפיתוח לפי שלושה משתנים בלתי תלויים ( $r_{XY}$ ,  $r_{XZ}$ ,  $r_{YZ}$ ), ולכן הנוסחה הכללית תהיה :

$$\begin{aligned} \text{VAR}(R_{XY}) = & \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}} \right)^2 \text{VAR}(r_{XY}) + \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}} \right)^2 \text{VAR}(r_{XZ}) + \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}} \right)^2 \text{VAR}(r_{YZ}) + \\ & 2 \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}} \right) \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}} \right) \text{COV}(r_{XY}, r_{XZ}) + 2 \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}} \right) \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}} \right) \text{COV}(r_{XY}, r_{YZ}) \\ & + 2 \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}} \right) \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}} \right) \text{COV}(r_{XZ}, r_{YZ}) \end{aligned}$$

הנוסחאות לחישוב השונות הן :

$$\begin{aligned} \text{VAR}(r_{XY}) &= \frac{(1 - r_{XY}^2)^2}{n - 1} \\ \text{VAR}(r_{XZ}) &= \frac{(1 - r_{XZ}^2)^2}{n - 1} \\ \text{VAR}(r_{YZ}) &= \frac{(1 - r_{YZ}^2)^2}{n - 1} \end{aligned}$$

והנוסחאות לחישוב השונות המשותפת נתונות על ידי (Dunn & Clark, 1969) :

$$\begin{aligned} \text{COV}(r_{XY}, r_{XZ}) &= \frac{1}{n - 1} \left[ r_{YZ}(1 - r_{XY}^2 - r_{XZ}^2) - \frac{1}{2} r_{XY} r_{XZ} (1 - r_{XY}^2 - r_{XZ}^2 - r_{YZ}^2) \right] \\ \text{COV}(r_{XY}, r_{YZ}) &= \frac{1}{n - 1} \left[ r_{XZ}(1 - r_{XY}^2 - r_{YZ}^2) - \frac{1}{2} r_{XY} r_{YZ} (1 - r_{XY}^2 - r_{XZ}^2 - r_{YZ}^2) \right] \\ \text{COV}(r_{XZ}, r_{YZ}) &= \frac{1}{n - 1} \left[ r_{XY}(1 - r_{XZ}^2 - r_{YZ}^2) - \frac{1}{2} r_{XZ} r_{YZ} (1 - r_{XY}^2 - r_{XZ}^2 - r_{YZ}^2) \right] \end{aligned}$$

לצורך חישוב הנגזרות החלקיות נזדקק לנוסחאות עבור שתי הנגזרות שלהלן :

$$\begin{aligned} \frac{d}{dx} \left( \frac{x}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)x^2}} \right) &= \frac{1}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)x^2}^3} \\ \frac{d}{dx} \left( \frac{1}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)x^2}} \right) &= \frac{-x(k^2 - 1)}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)x^2}^3} \end{aligned}$$

ובעזרתן נקבל :

$$\begin{aligned}\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}} &= \frac{1}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XZ}^2} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{YZ}^2}} \\ \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}} &= \frac{1}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{YZ}^2}} \left[ \frac{-r_{XY}r_{XZ}(k^2 - 1)}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XZ}^2}^3} + \frac{(k^2 - 1)r_{YZ}}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XZ}^2}^3} \right] = \\ &= \frac{(k^2 - 1)}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{YZ}^2} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XZ}^2}^3} [r_{YZ} - r_{XY}r_{XZ}] \\ \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}} &= \frac{(k^2 - 1)}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XZ}^2} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{YZ}^2}^3} [r_{XZ} - r_{XY}r_{YZ}]\end{aligned}$$

לבסוף נראה מה מתרחש כאשר  $z = x$  (ואז  $r_{XZ} = 1$ ):

$$\begin{aligned}\text{VAR}(r_{XZ}) &= \frac{(1 - r_{XZ}^2)^2}{n - 1} = 0 \\ \text{VAR}(r_{YZ}) &= \text{VAR}(r_{XY}) \\ \text{COV}(r_{XY}, r_{XZ}) &= \frac{1}{n - 1} \left[ r_{YX}(1 - r_{XY}^2 - 1^2) - \frac{1}{2} r_{XY} 1(1 - r_{XY}^2 - 1^2 - r_{YX}^2) \right] \\ &= \frac{1}{n - 1} \left[ r_{XY}(-r_{XY}^2) - \frac{1}{2} r_{XY} 1(-r_{XY}^2 - r_{XY}^2) \right] \\ &= \frac{1}{n - 1} \left[ -r_{XY}^3 - \frac{1}{2} r_{XY}(-2r_{XY}^2) \right] = 0 \\ \text{COV}(r_{XY}, r_{YZ}) &= \text{COV}(r_{XY}, r_{XY}) = \text{VAR}(r_{XY}) \\ \text{COV}(r_{XZ}, r_{YZ}) &= \frac{1}{n - 1} \left[ r_{XY}(1 - 1^2 - r_{XY}^2) - \frac{1}{2} 1r_{XY}(1 - r_{XY}^2 - 1^2 - r_{XY}^2) \right] \\ &= \frac{1}{n - 1} \left[ r_{XY}(-r_{XY}^2) - \frac{1}{2} 1r_{XY}(-r_{XY}^2 - r_{XY}^2) \right] \\ &= \frac{1}{n - 1} \left[ -r_{XY}^3 - \frac{1}{2} r_{XY}(-2r_{XY}^2) \right] = 0\end{aligned}$$

מכאן נובע, בהתחשב בכך שאין להציב  $x$  במקום  $z$  בתוך הנגזרות אלא יש לגזור קודם לכן:

$$\begin{aligned}
\text{VAR}(R_{XY}) &= \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}}\right)^2 \text{VAR}(r_{XY}) + \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}}\right)^2 \text{VAR}(r_{XZ}) + \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}}\right)^2 \text{VAR}(r_{YZ}) \\
&+ 2 \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}}\right) \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}}\right) \text{COV}(r_{XY}, r_{XZ}) + 2 \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}}\right) \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}}\right) \text{COV}(r_{XY}, r_{YZ}) \\
&+ 2 \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}}\right) \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}}\right) \text{COV}(r_{XZ}, r_{YZ}) \\
&= \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}}\right)^2 \text{VAR}(r_{XY}) + \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}}\right)^2 * 0 + \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}}\right)^2 \text{VAR}(r_{XY}) \\
&+ 2 \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}}\right) \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}}\right) * 0 + 2 \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}}\right) \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}}\right) \text{VAR}(r_{XY}) \\
&+ 2 \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XZ}}\right) \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}}\right) * 0 \\
&= \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}}\right)^2 \text{VAR}(r_{XY}) + \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}}\right)^2 \text{VAR}(r_{XY}) + 2 \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}}\right) \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}}\right) \text{VAR}(r_{XY}) = \\
&\quad \left(\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}} + \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}}\right)^2 \text{VAR}(r_{XY})
\end{aligned}$$

לבסוף נחשב את סכום שתי הנגזרות החלקיות :

$$\begin{aligned}
\frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}} + \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}} &= \frac{1}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XZ}^2} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{YZ}^2}} \\
&+ \frac{(k^2 - 1)}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XZ}^2} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{YZ}^2}^3} [r_{XZ} - r_{XY}r_{YZ}] \\
&= \frac{1}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)1^2} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}} \\
&+ \frac{(k^2 - 1)}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)1^2} \cdot \sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}^3} [1 - r_{XY}^2] \\
&= \frac{1}{\sqrt{k^2}} \cdot \frac{[1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2] + (k^2 - 1)(1 - r_{XY}^2)}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}^3} \\
&= \frac{1}{k} \cdot \frac{1 + (k^2 - 1)(r_{XY}^2 + 1 - r_{XY}^2)}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}^3} = \frac{k^2}{k} \cdot \frac{1}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}^3} \\
&= \frac{k}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}^3}
\end{aligned}$$

ובסך הכול:

$$\begin{aligned} \text{VAR}(R_{XY}) &= \left( \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{XY}} + \frac{\partial R_{XY}}{\partial r_{YZ}} \right)^2 \text{VAR}(r_{XY}) = \left( \frac{k}{\sqrt{1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2}} \right)^2 * \frac{(1 - r_{XY}^2)^2}{n - 1} \\ &= \frac{k^2 \cdot (1 - r_{XY}^2)^2}{(n - 1) \cdot (1 + (k^2 - 1)r_{XY}^2)^3} \end{aligned}$$

בהתאם ל (\*\*).

### 7.3. מבחנים פוסט-הוק של שתי קבוצות לשם ניתוח השונוות

בנספח זה מוצגות את תוצאות בדיקות הפוסט-הוק שנערכו למשתנים המקבצים: פקולטה בחלוקה ל-10 קבוצות ומוסד.

#### 7.3.1. משתנה מקבץ: פקולטה בחלוקה ל-10 קבוצות

המשתנה המקבץ פקולטה בחלוקה ל-10 קבוצות מכיל עשר קטגוריות, ולכן בלוחות שלהלן מודגשים ערכי  $p$  מובהקים לאחר תיקון בונפרוני שתוצאתו במקרה הזה (כאשר  $\alpha=0.01$ ) היא:

$$p = \frac{0.01}{\binom{10}{2}} = \frac{0.01}{45} = 0.0002$$

לוח 14 מציג את תוצאות בדיקות הפוסט-הוק של החזאי בגרות.

לוח 14 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי בגרות

| רפואה | הנדסה וארכיטקטורה | מתמטיקה ומחשבים | פיסיקליים | ביולוגיים | חברה כמותי | משפטים | חברה מילולי | רוח ואומנויות |                   |
|-------|-------------------|-----------------|-----------|-----------|------------|--------|-------------|---------------|-------------------|
|       |                   |                 |           |           |            |        |             | .0000         | חברה מילולי       |
|       |                   |                 |           |           |            |        | .1318       | .6073         | משפטים            |
|       |                   |                 |           |           |            | .0781  | .0000       | .0036         | חברה כמותי        |
|       |                   |                 |           |           | .6691      | .0432  | .0000       | .0001         | ביולוגיים         |
|       |                   |                 |           | .0818     | .0423      | .0042  | .0000       | .0000         | פיסיקליים         |
|       |                   |                 | .0493     | .7092     | .9614      | .0741  | .0000       | .0032         | מתמטיקה ומחשבים   |
|       |                   | .3997           | .1656     | .6224     | .3661      | .0226  | .0000       | .0000         | הנדסה וארכיטקטורה |
|       | .0039             | .0119           | .0009     | .0071     | .0125      | .3208  | .9368       | .1123         | רפואה             |
| .6954 | .0000             | .0000           | .0000     | .0000     | .0000      | .0687  | .3851       | .0005         | עזר רפואה         |

לוח 15 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי מכפ"ל.

**לוח 15 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי מכפ"ל**

| רפואה | הנדסה וארכיטקטורה | מתמטיקה ומחשבים | פיסיקליים | ביולוגיים | חברה כמותי | משפטים | חברה מילולי | רוח ואומנויות |                   |
|-------|-------------------|-----------------|-----------|-----------|------------|--------|-------------|---------------|-------------------|
|       |                   |                 |           |           |            |        |             | .2191         | חברה מילולי       |
|       |                   |                 |           |           |            |        | .7136       | .3014         | משפטים            |
|       |                   |                 |           |           |            | .2685  | .0240       | .0007         | חברה כמותי        |
|       |                   |                 |           |           | .0000      | .0003  | .0000       | .0000         | ביולוגיים         |
|       |                   |                 |           | .3135     | .0000      | .0000  | .0000       | .0000         | פיסיקליים         |
|       |                   |                 | .3455     | .9857     | .0000      | .0006  | .0000       | .0001         | מתמטיקה ומחשבים   |
|       |                   | .0011           | .0000     | .0003     | .0007      | .2200  | .1440       | .6592         | הנדסה וארכיטקטורה |
|       | .0053             | .0000           | .0000     | .0000     | .4614      | .1443  | .0369       | .0075         | רפואה             |
| .5587 | .0006             | .0000           | .0000     | .0000     | .1520      | .0405  | .0059       | .0009         | עזר רפואה         |

לוח 16 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי מילולי.

**לוח 16 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי מילולי**

| רפואה | הנדסה וארכיטקטורה | מתמטיקה ומחשבים | פיסיקליים | ביולוגיים | חברה כמותי | משפטים | חברה מילולי | רוח ואומנויות |                   |
|-------|-------------------|-----------------|-----------|-----------|------------|--------|-------------|---------------|-------------------|
|       |                   |                 |           |           |            |        |             | .0147         | חברה מילולי       |
|       |                   |                 |           |           |            |        | .4005       | .0394         | משפטים            |
|       |                   |                 |           |           |            | .0056  | .0000       | .0000         | חברה כמותי        |
|       |                   |                 |           |           | .0000      | .0685  | .0969       | .9841         | ביולוגיים         |
|       |                   |                 |           | .3628     | .0000      | .0103  | .0042       | .2364         | פיסיקליים         |
|       |                   |                 | .6888     | .6516     | .0000      | .0333  | .0371       | .5680         | מתמטיקה ומחשבים   |
|       |                   | .0436           | .0061     | .1093     | .0000      | .4177  | .9849       | .0251         | הנדסה וארכיטקטורה |
|       | .0002             | .0000           | .0000     | .0000     | .4737      | .0097  | .0002       | .0000         | רפואה             |
| .8472 | .0000             | .0000           | .0000     | .0000     | .2759      | .0020  | .0000       | .0000         | עזר רפואה         |



לוח 17 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי כמותי.

**לוח 17 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי כמותי**

| רפואה | הנדסה וארכיטקטורה | מתמטיקה ומחשבים | פיסיקליים | ביולוגיים | חברה כמותי | משפטים | חברה מילולי | רוח ואומנויות |                   |
|-------|-------------------|-----------------|-----------|-----------|------------|--------|-------------|---------------|-------------------|
|       |                   |                 |           |           |            |        |             | .5027         | חברה מילולי       |
|       |                   |                 |           |           |            |        | .2868       | .1638         | משפטים            |
|       |                   |                 |           |           |            | .3084  | .9438       | .6405         | חברה כמותי        |
|       |                   |                 |           |           | .0000      | .0000  | .0000       | .0000         | ביולוגיים         |
|       |                   |                 |           | .1741     | .0000      | .0000  | .0000       | .0000         | פיסיקליים         |
|       |                   |                 | .1415     | .7648     | .0000      | .0000  | .0000       | .0000         | מתמטיקה ומחשבים   |
|       |                   | .0001           | .0000     | .0000     | .0006      | .0007  | .0000       | .0007         | הנדסה וארכיטקטורה |
|       | .0182             | .0000           | .0000     | .0000     | .9534      | .3606  | .9094       | .7803         | רפואה             |
| .0099 | .0000             | .0000           | .0000     | .0000     | .0032      | .1017  | .0016       | .0007         | עזר רפואה         |

לוח 18 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי אנגלית.

**לוח 18 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי אנגלית**

| רפואה | הנדסה וארכיטקטורה | מתמטיקה ומחשבים | פיסיקליים | ביולוגיים | חברה כמותי | משפטים | חברה מילולי | רוח ואומנויות |                   |
|-------|-------------------|-----------------|-----------|-----------|------------|--------|-------------|---------------|-------------------|
|       |                   |                 |           |           |            |        |             | .7628         | חברה מילולי       |
|       |                   |                 |           |           |            |        | .7712       | .9229         | משפטים            |
|       |                   |                 |           |           |            | .0010  | .0000       | .0000         | חברה כמותי        |
|       |                   |                 |           |           | .0052      | .6828  | .8161       | .6781         | ביולוגיים         |
|       |                   |                 |           | .0195     | .0000      | .0577  | .0037       | .0090         | פיסיקליים         |
|       |                   |                 | .7304     | .0369     | .0000      | .1017  | .0088       | .0205         | מתמטיקה ומחשבים   |
|       |                   | .0000           | .0000     | .2104     | .0389      | .0807  | .0259       | .0166         | הנדסה וארכיטקטורה |
|       | .0089             | .0000           | .0000     | .0013     | .2625      | .0003  | .0000       | .0000         | רפואה             |
| .2211 | .1188             | .0000           | .0000     | .0173     | .8118      | .0046  | .0004       | .0003         | עזר רפואה         |

לוח 19 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי סכס.

לוח 19 – ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של פקולטה בחלוקה ל-10 וחזאי סכס

| רפואה | הנדסה וארכיטקטורה | מתמטיקה ומחשבים | פיסיקליים    | ביולוגיים    | חברה כמותי   | משפטים       | חברה מילולי  | רוח ואומנויות |                   |
|-------|-------------------|-----------------|--------------|--------------|--------------|--------------|--------------|---------------|-------------------|
|       |                   |                 |              |              |              |              |              | <b>.0001</b>  | חברה מילולי       |
|       |                   |                 |              |              |              |              | .9608        | .1228         | משפטים            |
|       |                   |                 |              |              |              | .0956        | .0014        | .6071         | חברה כמותי        |
|       |                   |                 |              |              | .0026        | .0006        | <b>.0000</b> | <b>.0000</b>  | ביולוגיים         |
|       |                   |                 |              | .0234        | <b>.0000</b> | <b>.0000</b> | <b>.0000</b> | <b>.0000</b>  | פיסיקליים         |
|       |                   |                 | .0563        | .6678        | .0003        | .0002        | <b>.0000</b> | <b>.0000</b>  | מתמטיקה ומחשבים   |
|       |                   | .0116           | <b>.0000</b> | .0551        | .1455        | .0119        | <b>.0000</b> | .0072         | הנדסה וארכיטקטורה |
|       | .0011             | <b>.0000</b>    | <b>.0000</b> | <b>.0001</b> | .0106        | .3255        | .2084        | .0131         | רפואה             |
| .6937 | <b>.0000</b>      | <b>.0000</b>    | <b>.0000</b> | <b>.0000</b> | <b>.0001</b> | .1067        | .0211        | <b>.0001</b>  | עזר רפואה         |

### 7.3.2. משתנה מקבץ: מוסד

המשתנה המקבץ המוסד מכיל שש קטגוריות, ולכן בלוחות שלהלן מודגשים ערכי  $p$  מובהקים לאחר תיקון בונפרוני שתוצאתו במקרה הזה (כאשר  $\alpha=0.01$ ) היא:

$$p = \frac{0.01}{\binom{6}{2}} = \frac{0.01}{15} = 0.0006$$

לוח 20 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי בגרות.

לוח 20 - ערכי p לאחר ניתוח t בזוגות של מוסד וחזאי בגרות

| מוסד 5 | מוסד 4 | מוסד 3       | מוסד 2       | מוסד 1       |        |
|--------|--------|--------------|--------------|--------------|--------|
|        |        |              |              | .0012        | מוסד 2 |
|        |        |              | <b>.0000</b> | <b>.0000</b> | מוסד 3 |
|        |        | <b>.0000</b> | .1131        | .0578        | מוסד 4 |
|        | .4522  | <b>.0000</b> | .5573        | .0309        | מוסד 5 |
| .6894  | .6944  | <b>.0000</b> | .2610        | .0356        | מוסד 6 |

מהנתונים בלוח 20 אפשר להסיק שההבדלים בין המוסדות אינם מובהקים, פרט למוסד 3 השונה מכל אחד מהם בנפרד.  
תוצאה זאת הינה בהתאם למה שניתן להסיק מהתבוננות בעיון בלוח 6.

לוח 21 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי מכפ"ל.

לוח 21 - ערכי p לאחר ניתוח t בזוגות של מוסד וחזאי מכפ"ל

| מוסד 5 | מוסד 4 | מוסד 3       | מוסד 2       | מוסד 1       |        |
|--------|--------|--------------|--------------|--------------|--------|
|        |        |              |              | .0271        | מוסד 2 |
|        |        |              | .0781        | <b>.0000</b> | מוסד 3 |
|        |        | <b>.0000</b> | <b>.0001</b> | .0487        | מוסד 4 |
|        | .0310  | .0132        | .3325        | .4430        | מוסד 5 |
| .1710  | .2513  | <b>.0000</b> | .0031        | .3949        | מוסד 6 |

לוח 22 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי מילולי.

לוח 22 - ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של מוסד וחזאי מילולי

| מוסד 5 | מוסד 4 | מוסד 3       | מוסד 2 | מוסד 1 |        |
|--------|--------|--------------|--------|--------|--------|
|        |        |              |        | .2988  | מוסד 2 |
|        |        |              | .0331  | .0010  | מוסד 3 |
|        |        | <b>.0000</b> | .0061  | .0658  | מוסד 4 |
|        | .0012  | .3419        | .3703  | .0699  | מוסד 5 |
| .0010  | .9946  | <b>.0000</b> | .0052  | .0593  | מוסד 6 |

לוח 23 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי כמותי.

לוח 23 - ערכי  $p$  לאחר ניתוח  $t$  בזוגות של מוסד וחזאי כמותי

| מוסד 5 | מוסד 4 | מוסד 3       | מוסד 2       | מוסד 1       |        |
|--------|--------|--------------|--------------|--------------|--------|
|        |        |              |              | .1187        | מוסד 2 |
|        |        |              | <b>.0005</b> | <b>.0000</b> | מוסד 3 |
|        |        | <b>.0000</b> | .0119        | .2197        | מוסד 4 |
|        | .6479  | <b>.0000</b> | .0132        | .1610        | מוסד 5 |
| .1628  | .2270  | <b>.0000</b> | .1631        | .9313        | מוסד 6 |

לוח 24 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי אנגלית.

לוח 24 - ערכי p לאחר ניתוח t בזוגות של מוסד וחזאי אנגלית

| מוסד 1 | מוסד 2       | מוסד 3       | מוסד 4 | מוסד 5 |              |
|--------|--------------|--------------|--------|--------|--------------|
| מוסד 2 | .0165        |              |        |        |              |
| מוסד 3 | .1074        | .0007        |        |        |              |
| מוסד 4 | .0140        | <b>.0000</b> | .7620  |        |              |
| מוסד 5 | .2260        | .4955        | .0225  | .0043  |              |
| מוסד 6 | <b>.0000</b> | <b>.0000</b> | .0490  | .0309  | <b>.0000</b> |

לוח 25 מציג את תוצאות בדיקת הפוסט-הוק של החזאי סכס.

לוח 25 - ערכי p לאחר ניתוח t בזוגות של מוסד וחזאי סכס

| מוסד 1 | מוסד 2       | מוסד 3       | מוסד 4       | מוסד 5 |       |
|--------|--------------|--------------|--------------|--------|-------|
| מוסד 2 | .0007        |              |              |        |       |
| מוסד 3 | <b>.0000</b> | <b>.0000</b> |              |        |       |
| מוסד 4 | .1995        | <b>.0000</b> | <b>.0000</b> |        |       |
| מוסד 5 | .5574        | .0647        | <b>.0000</b> | .1629  |       |
| מוסד 6 | .3865        | .0145        | <b>.0000</b> | .0425  | .9890 |