חשיבה כמותית

בתחום זה נבדקות היכולת להשתמש במספרים ובמונחים מתמטיים כדי לפתור בעיות כמותיות, והיכולת לנתח נתונים המוצגים בצורות שונות, כמו טבלאות ותרשימים. הידע המתמטי הנדרש בפרק החשיבה הכמותית הוא ברמה בסיסית (החומר הנלמד עד כיתות ט'–י' ברוב בתי הספר בארץ).

- בפרק החשיבה הכמותית שאלות מכמה סוגים. למשל: שאלות ובעיות, הסקה מתרשים או מטבלה, והשוואה כמותית (דוגמאות לכל אחד מסוגים אלה תמצאו בהמשך החוברת).

  שאלות ובעיות: לשאלות אלה מבנה של שאלות בְּרֵרָה (כלומר, שאלה ואחריה ארבע אפשרויות תשובה). השאלות עוסקות בנושאים שונים: דרך, הספק, צירופים והסתברות, פתרון משוואות, גאומטריה, ועוד. מקצת השאלות הן בלא מלל, ובהן מוצגת בעיה בנתונים מספריים, מקצתן שאלות מלל שבהן יש לתרגם בעיה למונחים מתמטיים, ושאלות אחרות עוסקות במאפיינים של צורות גאומטריות כמו שטח, זוויות, ועוד.

  הסקה מתרשים או מטבלה: שאלות אלה עוסקות במידע המובא בתרשים או בטבלה והן מוצגות במבנה של שאלות בְּרֵרָה. בטבלה מוצגים נתונים מספריים המסודרים בעמודות ובשורות. בתרשים מוצגים הנתונים בצורה גרפית, למשל בעקומה או בדיאגרמת עמודות. השאלות הן משני סוגים עיקריים:

  – שאלות של קריאת נתונים, שבהן יש למצוא נתון המופיע בתרשים או בטבלה.
  – שאלות הסקה, שבהן יש להסיק מסקנות שונות מתוך הנתונים המוצגים בתרשים או בטבלה.

  השוואה כמותית: שאלות אלה עוסקות במגוון נושאים. הן מורכבות מזוגות של ביטויים, ולעתים מצורף אליהם מידע נוסף. על סמך הביטויים והמידע הנוסף (אם יש כזה) יש להחליט בכל שאלה אם אחד הביטויים גדול מהאחר, אם שני הביטויים שווים בגודלם, או אם המידע אינו מספיק כדי לקבוע את יחס הגדלים ביניהם.

- השאלות בכל אחד מהסוגים מסודרות בדרך כלל בסדר קושי עולה. כלומר, בתחילה השאלות קלות למדי והזמן הנדרש לפתרונן קצר יחסית, ובהדרגה הן נעשות קשות יותר ומצריכות זמן רב יותר.

- הסרטוטים הנלווים לכמה מהשאלות אינם מסורטטים בהכרח על פי קנה מידה. אין להסיק ממראה הסרטוט בלבד על אורך קטע, גודל זווית וכיוצא בהם, אלא אם כן הם מצוינים בו (או בשאלה עצמה) במפורש. עם זאת, כאשר קו נראה ישר, אפשר להניח שהוא אכן ישר.

- בתחילת כל פרק חשיבה כמותית מופיע "דף נוסחאות": עמוד ובו הוראות, הערות ונוסחאות שונות. אפשר להיעזר בו במהלך הבחינה. דף הנוסחאות נמצא גם בחוברת זו (בעמ' 30) ובפרקי החשיבה הכמותית שבבחינה לדוגמה. רצוי להכיר את תוכנו ולהתמצא בו לפני הבחינה.

בעמ' 31–48 יש חזרה על מושגים בסיסיים במתמטיקה, המשקפים במידה רבה את החומר שעליו מתבססות השאלות בפרקי החשיבה הכמותית. עם זאת, בבחינה עצמה עשויות להיות שאלות שכדי לפתור אותן יש צורך במושגים ובמשפטים מתמטיים נוספים, שאינם מופיעים בעמודים הללו.

בעמ' 49–63 יש כמה דוגמאות לסוגים שונים של שאלות, ולכל שאלה מצורף פתרון והסבר מפורט.

דוגמה ל"דף נוסחאות"

בפרק זה 25 שאלות.
הזמן המוקצב הוא 25 דקות.

בפרק זה מופיעות שאלות ובעיות של חשיבה כמותית. לכל שאלה מוצעות ארבע תשובות. עליכם לבחור את התשובה הנכונה ולסמן את מספרה במקום המתאים בגיליון התשובות.

הערות כלליות בנוגע לפרק חשיבה כמותית:

* הסרטוטים המצורפים לחלק מהשאלות נועדו לסייע בפתרונן, אך אין הם מסורטטים בהכרח על פי קנה מידה. אין להסיק מסרטוט בלבד על אורך קטעים, גודל זוויות, וכיוצא בהם.
* אם קו נראה ישר בסרטוט, אפשר להניח שהוא אכן ישר.
* כאשר מופיע בשאלה מונח גאומטרי (צלע, רדיוס, שטח, נפח וכו') כנתון, הכוונה היא למונח שערכו גדול מאפס, אלא אם כן מצוין אחרת.
* כאשר כתוב בשאלה $\sqrt{a}$ $(0 < a)$, הכוונה היא לשורש החיובי של a.

סימנים ונוסחאות:

1. הסימן $\llcorner$ פירושו זווית של $90°$ - זווית ישרה.

$\sphericalangle ABC$ פירושו הזווית הכלואה בין הקטעים AB ו-BC.

$a \| b$ פירושו a מקביל ל-b.

$a \perp b$ פירושו a מאונך ל-b.

2. אפס אינו מספר חיובי ואינו מספר שלילי.
אפס הוא מספר זוגי.
אחד אינו מספר ראשוני.

3. אחוזים: $a\%$ מ-x הם $\frac{a}{100} \cdot x$

4. חזקות: לכל מספר a שונה מאפס, ולכל n ו-m שלמים -

א. $a^{-n} = \frac{1}{a^n}$ ב. $a^{m+n} = a^m \cdot a^n$

ג. $a^{\frac{n}{m}} = (\sqrt[m]{a})^n$ $(0 < a \, , \, 0 < m)$

ד. $a^{n \cdot m} = (a^n)^m$

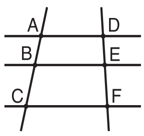
5. נוסחאות כפל מקוצר: $(a \pm b)^2 = a^2 \pm 2ab + b^2$

$(a + b)(a - b) = a^2 - b^2$

6. בעיות דרך: $\frac{\text{דרך}}{\text{זמן}}$ = מהירות

7. בעיות הספק: $\frac{\text{כמות עבודה}}{\text{זמן}}$ = הספק

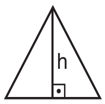
8. פרופורציה: אם: $AD \| BE \| CF$



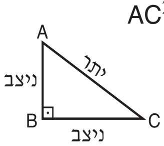
אזי: $\frac{AB}{DE} = \frac{BC}{EF}$ וגם $\frac{AB}{AC} = \frac{DE}{DF}$

9. משולש:

א. **שטח משולש** שאורך בסיסו a ואורך הגובה לבסיס זה h הוא: $\frac{a \cdot h}{2}$



ב. **משפט פיתגורס:**
במשולש ישר זווית ABC כבסרטוט מתקיים החוק הבא: $AC^2 = AB^2 + BC^2$

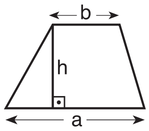


ג. במשולש ישר זווית שזוויותיו $30°$, $60°$, $90°$, אורך הניצב שמול הזווית $30°$ שווה לחצי אורך היתר.

10. שטח מלבן שאורכו a ורוחבו b הוא: $a \cdot b$

11. שטח טרפז שאורך בסיסו האחד a, אורך בסיסו האחר b, וגובהו h

הוא: $\frac{(a + b) \cdot h}{2}$



12. סכום הזוויות הפנימיות במצולע

בעל n צלעות הוא: $(180n - 360)$ מעלות.

במצולע משוכלל בעל n צלעות **גודל כל זווית פנימית**

הוא: $\left(\frac{180n - 360}{n}\right) = \left(180 - \frac{360}{n}\right)$ מעלות.

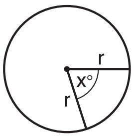
13. עיגול, מעגל:

א. **שטח** עיגול שרדיוסו r הוא: πr^2 $(\pi = 3.14...)$

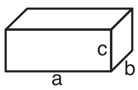
ב. **היקף** מעגל שרדיוסו r הוא: $2\pi r$

ג. **שטח גזרת עיגול** בעלת זווית ראש $x°$

הוא: $\pi r^2 \cdot \frac{x}{360}$



14. תיבה, קובייה:



א. **הנפח** של תיבה שאורכה a, רוחבה b וגובהה c הוא: $a \cdot b \cdot c$

ב. **שטח הפנים** של התיבה הוא: $2ab + 2bc + 2ac$

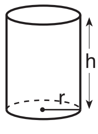
ג. **בקובייה** מתקיים $a = b = c$

15. גליל:

א. **שטח המעטפת** של גליל שרדיוס בסיסו r וגובהו h הוא: $2\pi r \cdot h$

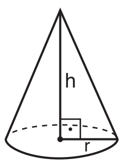
ב. **שטח הפנים** של הגליל הוא:
$2\pi r^2 + 2\pi r \cdot h = 2\pi r(r + h)$

ג. **הנפח** של הגליל הוא: $\pi r^2 \cdot h$



16. נפח חרוט שרדיוס בסיסו r וגובהו h

הוא: $\frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$



חזרה על מושגים בסיסיים במתמטיקה

סימנים

לפניכם טבלה של סימנים מקובלים הכתובים בבחינה.

הסימן	**משמעותו**
$a \parallel b$	הישרים a ו-b מקבילים זה לזה
$a \perp b$	הישרים a ו-b מאונכים זה לזה
$\llcorner$	זווית של $90°$, זווית ישרה
$\sphericalangle ABC$	הזווית הכלואה בין הקטע AB לקטע BC
$x = y$	x שווה ל-y
$x \neq y$	x שונה מ-y
$x < y$	y גדול מ-x
$x \leq y$	y גדול מ-x או שווה לו
$0 < x , y$	גם x וגם y גדולים מ-0
$x = \pm a$	x יכול להיות שווה ל-a או ל-(-a)
$\lvert x \rvert$	הערך המוחלט של x: אם $0 < x$ אזי $\lvert x \rvert = x$ אם $x < 0$ אזי $\lvert x \rvert = -x$ $\lvert 0 \rvert = 0$
$x : y$	היחס בין x ל-y

סוגי מספרים

מספר שלם:	מספר שלם הוא מספר המורכב מיחידות שלמות. מספר שלם יכול להיות שלילי או חיובי. 0 הוא מספר שלם. לדוגמה: $... , -4 , -3 , -2 , -1 , 0 , 1 , 2 , 3 , 4 , ...$
מספר לא שלם:	מספר שאי-אפשר לבטאו ביחידות שלמות. לדוגמה: 1.37 , $2\frac{1}{2}$, $-1\frac{1}{2}$
מספרים עוקבים:	מספרים שלמים הבאים זה אחר זה בהפרשים של 1. למשל, 4 ו-5 הם מספרים עוקבים, 2, 3 ו-4 הם מספרים עוקבים, וכן (-3) ו-(-2) הם מספרים עוקבים. באופן כללי, אם n הוא מספר שלם, אזי n ו-$(n + 1)$ הם מספרים עוקבים.
מספר זוגי:	מספר שלם שאם מחלקים אותו ב-2 מקבלים מספר שלם (כלומר, הוא מתחלק ב-2 ללא שארית). שימו לב: מהגדרה זו עולה כי 0 הוא מספר זוגי. באופן כללי, אם n הוא מספר שלם, אזי 2n הוא מספר זוגי.
מספר אי-זוגי:	מספר שלם שאם מחלקים אותו ב-2 מקבלים מספר לא שלם (כלומר, כשמחלקים אותו ב-2 מקבלים שארית 1). באופן כללי, אם n הוא מספר שלם, אזי $2n + 1$ הוא מספר אי-זוגי.
מספר ראשוני:	מספר שלם המתחלק ללא שארית בשני מספרים בלבד: בעצמו וב-1. לדוגמה, 13 הוא מספר ראשוני, מכיוון שהוא מתחלק ללא שארית רק ב-13 וב-1. שימו לב: 1 **אינו** מספר ראשוני.

מספרים הופכיים:	זוג מספרים שמכפלתם שווה ל-1. דוגמאות: בעבור $a \neq 0$, $b \neq 0$ a ו-$\frac{1}{a}$ הם מספרים הופכיים ; $a \cdot \frac{1}{a} = 1$ $\frac{a}{b}$ ו-$\frac{b}{a}$ הם מספרים הופכיים ; $\frac{a}{b} \cdot \frac{b}{a} = 1$
מספרים נגדיים:	זוג מספרים שסכומם שווה לאפס. לדוגמה, a ו-(-a) הם מספרים נגדיים, או במילים אחרות, (-a) הוא המספר הנגדי ל-a $(a + (-a) = 0)$.

פעולות חשבוניות במספרים זוגיים ואי-זוגיים (קרא מימין לשמאל)

זוגי	+	זוגי	=	זוגי
אי-זוגי	+	אי-זוגי	=	זוגי
אי-זוגי	+	זוגי	=	אי-זוגי
זוגי	–	זוגי	=	זוגי
אי-זוגי	–	אי-זוגי	=	זוגי
אי-זוגי	–	זוגי	=	אי-זוגי
זוגי	–	אי-זוגי	=	אי-זוגי
זוגי	×	זוגי	=	זוגי
אי-זוגי	×	אי-זוגי	=	אי-זוגי
אי-זוגי	×	זוגי	=	זוגי

אין כללים דומים בעבור פעולות חילוק. למשל, מנה של שני מספרים זוגיים יכולה להיות אי-זוגית $\left(3 = \frac{6}{2}\right)$, זוגית $\left(2 = \frac{4}{2}\right)$ או מספר לא שלם $\left(1\frac{1}{2} = \frac{6}{4}\right)$.

גורמים (מחלקים) וכפולות

גורם (מחלק):
גורם של מספר שלם וחיובי הוא כל מספר שלם וחיובי שבו הוא מתחלק ללא שארית.
לדוגמה, המספרים: 24, 12, 8, 6, 4, 3, 2 ו-1 הם הגורמים (המחלקים) של 24.

גורם משותף (מחלק משותף):
גורם משותף של x ו-y הוא מספר שהוא גם גורם של x וגם גורם של y.
למשל, 6 הוא גורם משותף של 24 ושל 30.

גורם ראשוני (מחלק ראשוני):
גורם ראשוני הוא גורם (מחלק) שהוא גם מספר ראשוני. לדוגמה, 2 ו-3 הם הגורמים הראשוניים של 24.
כל מספר שלם וחיובי (גדול מ-1) אפשר לכתוב כמכפלה של גורמים ראשוניים. למשל: $24 = 3 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 = 3 \cdot 2^3$

כפולה:
כפולה של מספר שלם x היא כל מספר שלם המתחלק ב-x ללא שארית. למשל: 16, 32 ו-88 הם כפולות של 8.

פעולות חשבוניות בשברים

צמצום:

כאשר למונה ולמכנה של שבר יש גורם משותף, אפשר לחלק כל אחד מהם בגורם המשותף ולקבל שבר השווה לשבר המקורי, עם מונה ומכנה קטנים יותר. למשל, אם נחלק את המונה והמכנה של $\frac{16}{12}$ ב-4 נקבל $\frac{4}{3}$, ($\frac{16}{12}=\frac{4}{3}$).

כפל:

כדי לכפול שני שברים יש לכפול את המונים זה בזה ואת המכנים זה בזה.

לדוגמה: $\frac{2}{3}\cdot\frac{5}{7}=\frac{2\cdot5}{3\cdot7}=\frac{10}{21}$

או באופן כללי: $\frac{a}{b}\cdot\frac{c}{d}=\frac{a\cdot c}{b\cdot d}$

חילוק:

כדי לחלק מספר (שלם או שבר) בשבר, יש לכפול את המספר בשבר ההופכי לשבר המחלק.

(השבר ההופכי ל-$\frac{a}{b}$ הוא $\frac{b}{a}$).

לדוגמה: $\frac{2}{5}:\frac{3}{8}=\frac{2}{5}\cdot\frac{8}{3}=\frac{2\cdot8}{5\cdot3}=\frac{16}{15}$

או באופן כללי: $\frac{\frac{a}{b}}{\frac{c}{d}}=\frac{a}{b}:\frac{c}{d}=\frac{a}{b}\cdot\frac{d}{c}=\frac{a\cdot d}{b\cdot c}$

כדי לכפול או לחלק מספר שלם בשבר, אפשר לראות במספר השלם שבר שהמכנה שלו הוא 1, למשל: $2=\frac{2}{1}$.

חיבור וחיסור:

כדי לחבר או לחסר שברים יש להפוך אותם לשברים בעלי מכנה משותף. **מכנה משותף** הוא מספר שאפשר לחלקו במכנה של כל אחד מהשברים בלי שארית. לאחר שמצאנו מספר המתאים לשמש מכנה משותף, עלינו "לתרגם" כל אחד מהשברים לשבר בעל מכנה השווה למכנה המשותף. לשם כך יש לכפול בכל שבר את המונה ואת המכנה באותו מספר שלם, כך שבמכנה יתקבל המספר שנבחר לשמש מכנה משותף. מכיוון שהכפלנו את המונה ואת המכנה באותו מספר, למעשה הכפלנו את השבר ב-1, וערכו לא השתנה. לאחר העברת השברים למכנה משותף יש לחבר או לחסר את המונים החדשים שהתקבלו, ואם אפשר – לצמצם את התוצאה.

לדוגמה, יש לפתור את התרגיל: $\frac{3}{4}+\frac{1}{6}+\frac{5}{8}$

מכנה משותף אפשרי הוא 24, שכן הוא מתחלק במכנה של כל אחד מהשברים ללא שארית:

$24:4=6$, $24:6=4$, $24:8=3$

"נתרגם" כל אחד מהשברים לשבר בעל מכנה משותף זה:

כדי להפוך את $\frac{3}{4}$ לשבר שמכנהו 24, יש לכפול את המונה ואת המכנה ב-6: $\frac{3\cdot6}{4\cdot6}=\frac{18}{24}$

כדי להפוך את $\frac{1}{6}$ לשבר שמכנהו 24, יש לכפול את המונה ואת המכנה ב-4: $\frac{1\cdot4}{6\cdot4}=\frac{4}{24}$

כדי להפוך את $\frac{5}{8}$ לשבר שמכנהו 24, יש לכפול את המונה ואת המכנה ב-3: $\frac{5\cdot3}{8\cdot3}=\frac{15}{24}$

בשלב הבא יש לחבר את המונים בלבד: $\frac{18}{24}+\frac{4}{24}+\frac{15}{24}=\frac{18+4+15}{24}=\frac{37}{24}$

אחוזים

אחוזים הם מקרה פרטי של שברים: $a\%$ מ-x הם $\frac{a}{100}\cdot x$. בשאלות שבהן מופיעים אחוזים, תַרגמו אותם למאיות ופִתרו כמו בתרגילי שברים רגילים.

דוגמה 1: כמה הם 60 אחוזים מ-80? (או: כמה הם 60% מ-80?)

במקום 60 אחוזים הציבו 60 מאיות, נסחו את השאלה כביטוי מתמטי, ופִתרו כמו מכפלה רגילה של שברים: $\frac{60}{100}\cdot 80 = \frac{60\cdot 80}{100} = 6\cdot 8 = 48$ כלומר, 60% מ-80 הם 48.

דוגמה 2: יוסי נדרש לשלם מס של 15 שקלים מתוך 50 שקלים שהרוויח. מה אחוז המס?

למעשה, השאלה היא "כמה אחוזים מ-50 הם 15?"

נתרגם את השאלה לביטוי מתמטי: $\frac{a}{100}\cdot 50 = 15$, ונפתור את המשוואה כדי למצוא את a: $\frac{a}{2} = 15$

ולכן $a = 30$. כלומר, 15 הם 30% מ-50, וזה אחוז המס.

בשאלות העוסקות במציאת השינוי באחוזים, תרגמו את השאלה לאחת משתי התבניות הכלליות המוצגות בדוגמאות 1 ו-2 (כמה הם a אחוזים מ-x? או כמה אחוזים מ-x הם b?), ופִתרו כמו תרגיל בשברים.

דוגמה 3: מחירו של פריט שעלה 80 שקלים הועלה ב-25%. מה מחירו החדש?

בשאלות הנוגעות לשינוי באחוזים בדרך כלל מדובר באחוז מתוך המחיר ההתחלתי, אלא אם כן נאמר במפורש אחרת. מכיוון שהוסיפו 25% על המחיר הישן, המחיר החדש הוא 125% מהמחיר הישן ($100\% + 25\%$), ולכן עליכם למצוא כמה הם 125% מ-80 (כמו בדוגמה 1).

נציב מאיות במקום אחוזים, ונפתור: $\frac{125}{100}\cdot 80 = 100$ כלומר, המחיר החדש הוא 100 שקלים.

דוגמה 4: מחירו של פריט ירד מ-15 ל-12 שקלים. בכמה אחוזים ירד המחיר?
בדוגמה זו נתון השינוי במחירו של פריט מסוים, ויש לחשב את אחוז השינוי.

השינוי במחיר הוא 3 שקלים מתוך 15 שקלים. יש לחשב כמה אחוזים מ-15 הם 3.
(בדומה לדוגמה 2).
נתרגם את השאלה לביטוי מתמטי: $\frac{a}{100}\cdot 15 = 3$, נפתור את המשוואה ונמצא את a: $a = \frac{3\cdot 100}{15} = 20$,
כלומר, המחיר ירד ב-20%.

יחס

היחס בין x ל-y נרשם $x : y$.

שימו לב: בניסוח מילולי יחס נרשם מימין לשמאל, ובניסוח מתמטי (במספרים) - משמאל לימין.

למשל, היחס בין מספר זוגות הגרביים של איתי לבין מספר החולצות שלו הוא $3 : 2$. כלומר, על כל 3 זוגות גרביים יש לאיתי 2 חולצות. בניסוח אחר, מספר זוגות הגרביים של איתי גדול פי $\frac{3}{2}$ ממספר החולצות שלו.

ממוצע

ממוצע חשבוני של קבוצת ערכים הוא סכום הערכים מחולק במספר הערכים.

למשל, הממוצע של קבוצת הערכים 1, 3, 5, 10 ו-21 הוא 8, כי: $\frac{1+3+5+10+21}{5} = \frac{40}{5} = 8$

אם נתון הממוצע של קבוצת ערכים, אפשר לחשב את סכומם על ידי הכפלת הממוצע במספר הערכים.

למשל, בשאלה: דני קנה 5 פריטים שמחירם הממוצע 10 שקלים. כמה שילם דני תמורת כל הפריטים?

נכפיל את הממוצע במספר הפריטים, ונקבל: $10\cdot 5 = 50$, כלומר דני שילם בסך הכול 50 שקלים תמורת כל הפריטים שקנה.

כאשר מצוין בשאלות המונח "ממוצע" הכוונה היא ל"ממוצע חשבוני".

ממוצע משוקלל הוא ממוצע המתחשב במשקלו היחסי של כל אחד מהערכים בקבוצה.

לדוגמה: בבחינת אמצע הקורס היה ציונו של יוסי 75, ובבחינת הגמר היה ציונו 90. אם משקלה של בחינת הגמר גדול פי 2 ממשקלה של בחינת אמצע הקורס, מה יהיה ציונו הסופי של יוסי בקורס?

קבוצת הערכים במקרה זה היא 75 ו-90, אך לכל אחד מהם משקל אחר בציונו הסופי של יוסי בקורס.

לציון 75 יש משקל 1, ולציון 90 יש משקל 2. כדי לחשב את הממוצע המשוקלל יש להכפיל כל ציון במשקל שניתן לו, ולחלק בסכום המשקלים: $\frac{1 \cdot 75 + 2 \cdot 90}{1+2} = 85$ כלומר, הציון של יוסי בקורס הוא 85.

חישוב זה זהה לחישוב ממוצע חשבוני רגיל של שלושה מספרים: 75, 90 ו-90.

חזקות ושורשים

העלאה של מספר בחזקת n (n שלם וחיובי) היא הכפלתו בעצמו n פעמים. למשל: $2^3 = 2 \cdot 2 \cdot 2$

או באופן כללי: $\underbrace{a \cdot ... \cdot a \cdot a}_{\text{n פעמים}} = a^n$

a^n נקראת חזקה, n נקרא מעריך החזקה, ו-a נקרא בסיס החזקה.

כל מספר שונה מאפס המועלה בחזקת 0 שווה ל-1, כלומר, לכל $a \neq 0$ $a^0 = 1$.

כאשר מעלים מספר בחזקת מעריך שלילי, התוצאה שווה לחזקה המתקבלת מהעלאת ההופכי לבסיס בחזקת המספר הנגדי למעריך.

למשל: $2^{-3} = \left(\frac{1}{2}\right)^3 = \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{8}$

או באופן כללי: $a^{-n} = \left(\frac{1}{a}\right)^n = \frac{1}{a^n}$

שורש מסדר n של מספר חיובי a, המסומן $\sqrt[n]{a}$, הוא מספר חיובי b שאם נעלה אותו בחזקת n, נקבל את a:

$\sqrt[n]{a} = b$ כי $b^n = a$

למשל: $\sqrt[2]{16} = 4$ כי $4^2 = 16$

$\sqrt[3]{125} = 5$ כי $5^3 = 125$

$\sqrt[4]{81} = 3$ כי $3^4 = 81$

חשוב להדגיש: כאשר כתוב $\sqrt{a}$ $(0 < a)$ הכוונה היא לשורש החיובי של a .

כאשר לא מצוין סדר השורש, הכוונה היא לשורש מסדר 2. שורש מסדר 2 נקרא גם שורש ריבועי, למשל: $\sqrt{81} = \sqrt[2]{81} = 9$. אפשר גם לבטא שורש כחזקה שבה המעריך הוא שבר. שבר זה הוא ההופכי לסדר השורש: $\sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{n}}$ $(0 < a)$.

חוקים בסיסיים לפעולות בחזקות (בעבור כל n ו-m):

כפל: כדי לכפול חזקות בעלות אותו בסיס, יש לחבר את מעריכי החזקות: $a^m \cdot a^n = a^{m+n}$.

חילוק: כדי לחלק חזקות בעלות אותו בסיס, יש לחסר את מעריך החזקה שבמכנה ממעריך החזקה שבמונה: $\frac{a^m}{a^n} = a^{(m-n)}$.

שימו לב! כאשר בסיסי החזקות אינם זהים, אי-אפשר לחבר או לחסר את המעריכים.

העלאה בחזקה: כדי להעלות חזקה בחזקה יש להכפיל את המעריכים זה בזה: $(a^m)^n = a^{(m \cdot n)}$.

העלאה בחזקה של מכפלה או של מנה: $(a \cdot b)^m = a^m \cdot b^m$ $\left(\frac{a}{b}\right)^m = \frac{a^m}{b^m}$

מכיוון שאפשר לבטא שורשים גם כחזקות, אפשר להפעיל את חוקי החזקות גם על שורשים.

למשל, כדי לחשב את המכפלה: $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{a}$ $(0 < a)$, נבטא את השורשים כחזקות: $\sqrt[m]{a} \cdot \sqrt[n]{a} = a^{\frac{1}{m}} \cdot a^{\frac{1}{n}}$

ובשלב הבא נפעל כמו במכפלה של חזקות, כלומר, נחבר את המעריכים: $a^{\frac{1}{m}} \cdot a^{\frac{1}{n}} = a^{\left(\frac{1}{m}+\frac{1}{n}\right)}$

להלן כמה כללים עיקריים בנוגע לאי-שוויונים בחזקות:

אם $0 < b < a$ ו- $0 < n$ אזי $b^n < a^n$
אם $0 < b < a$ ו- $n < 0$ אזי $a^n < b^n$
אם $1 < a$ ו- $m < n$ אזי $a^m < a^n$
אם $0 < a < 1$ ו- $m < n$ אזי $a^n < a^m$

נוסחאות כפל מקוצר

כדי לכפול שני ביטויים הנתונים בסוגריים, שכל אחד מהם הוא סכום של מחוברים, יש לכפול כל אחד מאיברי הביטוי הראשון בכל אחד מאיברי הביטוי השני ואחר-כך יש לחבר את המכפלות.
למשל, $(a+b) \cdot (c+d) = ac + ad + bc + bd$

לפי נוסחה כללית זו אפשר לפתור כל מכפלה של שני ביטויים, אך כדי לחסוך זמן ייתכן שתרצו לזכור בעל פה כמה נוסחאות נפוצות:

$$(a+b)^2 = (a+b) \cdot (a+b) = a^2 + 2ab + b^2$$
$$(a-b)^2 = (a-b) \cdot (a-b) = a^2 - 2ab + b^2$$
$$(a-b) \cdot (a+b) = a^2 - b^2$$

קומבינטוריקה

מספר תוצאות בניסוי רב-שלבי

מספר התוצאות האפשריות של ניסוי בן כמה שלבים, שאינם משפיעים זה על זה (בלתי תלויים), הוא מכפלת מספר התוצאות האפשריות בכל אחד מהשלבים.
לדוגמה, נטיל קובייה ולאחר מכן נטיל מטבע. מה מספר התוצאות האפשריות של ניסוי זה?
מספר התוצאות האפשריות בהטלת קובייה הוא 6 ומספר התוצאות האפשריות בהטלת מטבע הוא 2, ולכן מספר התוצאות האפשריות של ניסוי זה הוא $2 \cdot 6 = 12$. אחת מ-12 התוצאות האפשריות היא: המספר 3 בקובייה והצד "עץ" במטבע.
למעשה, אין זה משנה אם מטילים את הקובייה ורק אחר כך מטילים את המטבע, או להפך, אם מטילים את המטבע ואחר כך את הקובייה, או שמטילים את שניהם יחד. בכל מקרה, יש 12 תוצאות אפשריות.

מדגמים סדורים

כאשר יש חשיבות לסדר התוצאות המתקבלות בניסוי רב-שלבי, מדובר במדגמים סדורים.
לדוגמה, בסל יש 9 פתקים שעליהם כתובות הספרות 1 עד 9. מוציאים באקראי 3 פתקים בזה אחר זה, רושמים (בשורה) את הספרות הכתובות עליהם ומקבלים מספר תלת-ספרתי. כמה מספרים שונים אפשר ליצור באופן זה?
ברור שלסדר התוצאות המתקבלות יש חשיבות. למשל, המספר 123 שונה מהמספר 213.
כדי לדעת כמה מספרים שונים אפשר ליצור יש לדעת מהו אופן הדגימה.

א. **הדגימה נעשתה עם החזרה:** מחזירים כל פתק לסל אחרי הוצאתו וכך מאפשרים את הוצאתו פעם נוספת. מספר הספרות שאפשר לבחור בכל פעם שמוציאים פתק הוא 9. לכן מספר המספרים התלת-ספרתיים שאפשר ליצור הוא $9 \cdot 9 \cdot 9 = 729$

ב. **הדגימה נעשתה ללא החזרה:** משאירים מחוץ לסל את הפתקים שנבחרו. מספר הספרות שאפשר לבחור בהוצאת הפתק הראשון הוא 9, בהוצאת הפתק השני רק 8 (כי כבר הוצא פתק אחד מהסל) ובהוצאת הפתק השלישי 7, ולכן מספר המספרים התלת-ספרתיים שאפשר ליצור הוא $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$

באופן כללי, מספר האפשרויות ליצור שורה מסודרת של r עצמים מתוך קבוצה של n עצמים (3 מתוך 9 בדוגמה הנ"ל), הוא:

א. n^r, אם כל עצם יכול להיבחר יותר מפעם אחת (דגימה עם החזרה).

ב. $n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot (n-r+1)$, אם כל עצם יכול להיבחר פעם אחת לכל היותר (דגימה ללא החזרה).

מספר סידורים פנימיים

מספר הסידורים הפנימיים השונים של 9 הפתקים הוא למעשה מספר האפשרויות ליצור שורה מסודרת של כל 9 הפתקים, כאשר כל פתק מופיע בה רק פעם אחת ($n = r$), והוא שווה ל- $9 \cdot 8 \cdot 7 \cdot 6 \cdot 5 \cdot 4 \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1 = 362,880$.

באופן כללי, אם n הוא מספר העצמים בקבוצה, מספר הסידורים האפשריים של העצמים הוא: $n \cdot (n-1) \cdot ... \cdot 3 \cdot 2 \cdot 1$. מספר זה מסומן $n!$, ונקרא "n עֲצֶרֶת".

מדגמים לא סדורים

כאשר אין חשיבות לסדר התוצאות המתקבלות בניסוי רב-שלבי, מדובר במדגמים לא סדורים.
לדוגמה, בסל יש 9 עטים, כל אחד מהם בצבע שונה. מוציאים באקראי 3 עטים בלי החזרה.
כמה מדגמים של עטים בצבעים שונים אפשר לקבל?
מספר המדגמים הסדורים הוא: $9 \cdot 8 \cdot 7 = 504$, מספר הסידורים הפנימיים (בכל מדגם) הוא: $3 \cdot 2 \cdot 1 = 6$.

מספר המדגמים הלא סדורים הוא: $\frac{504}{6} = 84$.

ובאופן כללי, **מספר המדגמים הלא סדורים שווה למספר המדגמים הסדורים חלקי מספר הסידורים הפנימיים במדגם.**

הסתברות

תורת ההסתברות היא מודל מתמטי לתופעות (ניסויים) שהתרחשותן אינה ודאית. במצב כזה ייתכנו מספר תרחישים או תוצאות. לכל תוצאה אפשרית קוראים "מאורע פשוט", ולאוסף של תוצאות קוראים "מאורע" (לשם קיצור, נשתמש בהמשך במונח "מאורע" גם לציון "מאורע פשוט"). משייכים לכל מאורע מספר בין 0 ל-1, שמשקף את ההסתברות (מידת הסבירות) שהמאורע יתרחש. ככל שההסתברות גדולה יותר, כך גדלים סיכויי ההתרחשות של אותו מאורע.
כאשר התרחשותו של מאורע היא ודאית, ההסתברות להתרחשותו היא 1, וכאשר המאורע לא ייתכן בשום מקרה, ההסתברות להתרחשותו היא 0.
לעתים כל התוצאות האפשריות של ניסוי הן שוות הסתברות (כלומר, כל המאורעות הפשוטים הם שווי הסתברות).

דוגמאות לניסויים כאלה

הטלת מטבע: ההסתברות לקבל "עץ" שווה להסתברות לקבל "מספר" (או "פָּלִי"). הסתברות זו היא $\frac{1}{2}$.
הטלת קובייה: ההסתברות לקבל כל אחד מהמספרים הרשומים על פאות הקובייה היא $\frac{1}{6}$.

במקרים אלה נאמר שהמטבע הוגן/שהקובייה הוגנת.

הוצאת כדור באקראי מתוך כד שיש בו מספר כדורים: נניח שבכד יש 5 כדורים שגודלם זהה. ההסתברות להוציא באקראי כל אחד מהכדורים היא $\frac{1}{5}$.

כאשר כל התוצאות האפשריות הן שוות הסתברות, מחשבים את הסתברות התרחשותו של מאורע כך:
מספר התוצאות האפשריות של המאורע המסוים הזה, חלקי סך כל התוצאות האפשריות של הניסוי (התופעה).
למשל, ההסתברות שבהטלת קובייה יתקבל המאורע: "התוצאה קטנה מ-3 או שווה ל-3" היא $\frac{3}{6}$ או $\frac{1}{2}$ מכיוון שיש 3 תוצאות אפשריות למאורע זה (התוצאות 1, 2 ו-3), ויש בסך הכול 6 תוצאות אפשריות בניסוי הטלת קובייה.

הסתברות התרחשותם של שני מאורעות

כאשר מתרחשים שני מאורעות במקביל או בזה אחר זה ייתכנו שני מצבים:

א. **המאורעות בלתי תלויים**, כלומר ההסתברות להתרחשותו של המאורע האחד אינה מושפעת מהתרחשותו של המאורע האחר.
ההסתברות להתרחשותם של שני המאורעות שווה למכפלת ההסתברויות של כל מאורע בנפרד.
למשל, ההסתברות שבהטלת שתי קוביות הוגנות יתקבל פעמיים מספר קטן מ-3 או שווה ל-3, שווה למכפלת ההסתברויות שיתקבל מספר קטן מ-3 או שווה ל-3 בכל אחת מההטלות בנפרד, מכיוון שתוצאת הטלתה של קובייה אחת אינה משפיעה על הסתברות התוצאה המתקבלת בהטלת הקובייה השנייה.
הסתברות זו שווה ל- $\frac{1}{2} \cdot \frac{1}{2} = \frac{1}{4}$.

ב. **המאורעות תלויים**, כלומר ההסתברות שיתרחש מאורע אחד מושפעת מהתרחשותו של מאורע אחֵר. במילים אחרות, הסתברות התרחשותו של מאורע מסוים לְאַחַר (או בתנאי) התרחשותו של מאורע אחֵר שונָה מהסתברות התרחשותו של המאורע המסוים (ללא התרחשות התנאי). למשל, ההסתברות של המאורע "התוצאה קטנה מ־3 או שווה ל־3" (נקרא לַמאורע A), בתנאי שידוע לנו שבהטלת הקובייה התרחש המאורע "התוצאה זוגית" (נקרא למאורע זה B), תחושב כך: הסתברות התרחשותו של A היא מספר התוצאות שבהן התרחשו גם A וגם B (בדוגמה רק התוצאה 2 היא גם קטנה מ־3 או שווה ל־3 וגם זוגית), חלקי מספר התוצאות שבהן התרחש B (התוצאות 2, 4 ו־6 הן זוגיות).
לכן ההסתברות המבוקשת היא $\frac{1}{3}$.
הסתברות זו שונה מהסתברות המאורע A (השווה ל־$\frac{1}{2}$ כפי שחושב קודם לכן).

דרך, מהירות וזמן

מהירותו של גוף היא המרחק שהגוף עובר ביחידת זמן. הנוסחה המקשרת בין המהירות, המרחק שעבר הגוף והזמן שנדרש לו לעבור את המרחק היא: $v = \frac{s}{t}$ כאשר: v = מהירות
s = מרחק
t = זמן

מנוסחה זו אפשר לגזור את כל הקשרים האפשריים בין מרחק, מהירות וזמן: $t = \frac{s}{v}$, $s = v \cdot t$.

בדרך כלל המרחק מצוין בקילומטרים (ק"מ), הזמן – בשעות, והמהירות – בקילומטרים לשעה (קמ"ש).
אך אפשר כמובן להשתמש ביחידות מדידה אחרות. למשל: לציין את המרחק במטרים, את הזמן בשניות ואת המהירות במטרים לשנייה.

לדוגמה: נתון שרכבת נסעה 240 ק"מ במהירות של 80 קמ"ש, ועליכם לחשב כמה זמן ארכה הנסיעה:

נתונים v (80 קמ"ש) ו־ s (240 ק"מ), ועליכם לחשב את t, לכן נציב את הנתונים בנוסחה $t = \frac{s}{v}$, $t = \frac{240}{80} = 3$.
כלומר, הנסיעה ארכה 3 שעות.

אפשר להמיר מטרים לק"מ ושניות לשעות, ולהפך. בכל ק"מ יש 1,000 מטרים (1 מטר = $\frac{1}{1{,}000}$ ק"מ).
בכל שעה יש 3,600 שניות שהן 60 דקות (1 שנייה = $\frac{1}{3{,}600}$ שעה).
מהירות של 1 קמ"ש שווה למהירות של $\frac{1{,}000}{3{,}600}$ מטרים לשנייה (או $\frac{5}{18}$ מטרים לשנייה).

מהירות של 1 מטרים לשנייה שווה למהירות של 3.6 קמ"ש.

הספק

הספק הוא כמות עבודה ביחידת זמן.
הנוסחה המקשרת בין ההספק, כמות העבודה והזמן הנדרש לביצוע העבודה היא: $p = \frac{w}{t}$

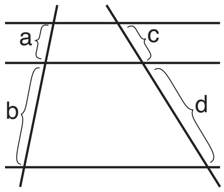
כאשר: p = הספק
w = כמות עבודה
t = זמן

מנוסחה זו אפשר לגזור את כל הקשרים האפשריים בין הספק, כמות עבודה וזמן: $t = \frac{w}{p}$, $w = p \cdot t$.

לדוגמה, בנאי מסיים לבנות קיר אחד ב־3 שעות. כמה שעות יידרשו לשני בנאים העובדים באותו קצב לסיים את בנייתם של 5 קירות?

כאן נתונה כמות העבודה של בנאי אחד (קיר אחד), וזמן עבודתו (3 שעות). לכן ההספק שלו הוא $\frac{1}{3}$ קיר בשעה.
מכיוון שהשאלה היא על שני בנאים, ההספק של שניהם הוא $2 \cdot \frac{1}{3} = \frac{2}{3}$ קירות בשעה.
נתונה לנו גם כמות העבודה ששני הבנאים יידרשו לעשות – 5 קירות, ולכן אפשר לחשב את הזמן שיידרש להם:
$t = 5 : \frac{2}{3} = 5 \cdot \frac{3}{2} = \frac{15}{2} = 7\frac{1}{2}$. כלומר, יידרשו להם $7\frac{1}{2}$ שעות.

ישרים מקבילים (קווים מקבילים)

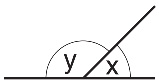


קווים מקבילים החותכים שני ישרים כלשהם, מחלקים את הישרים לקטעים פרופורציונליים באורכם.
למשל בסרטוט, $\frac{a}{c} = \frac{b}{d}$, $\frac{a}{b} = \frac{c}{d}$ וגם $\frac{a}{a+b} = \frac{c}{c+d}$.
אפשר למצוא יחסים נוספים בין הקטעים על סמך היחסים הנתונים.

זוויות

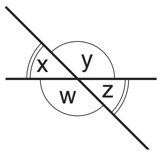
זווית ישרה היא זווית בת $90°$.
זווית חדה היא זווית קטנה מ־$90°$.
זווית קהה היא זווית גדולה מ־$90°$.

זוויות צמודות

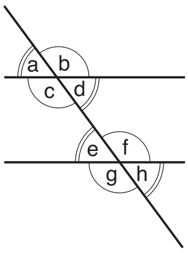


שתי זוויות הנוצרות בין ישר לבין קרן היוצאת מנקודה על הישר נקראות **זוויות צמודות**.
הן יוצרות יחד זווית שטוחה, ולכן סכומן הוא $180°$.
למשל בסרטוט, x ו־y הן זוויות צמודות, ולכן $x + y = 180°$.

זוויות קדקודיות



במפגש של שני ישרים החותכים זה את זה, נוצרות ארבע זוויות. כל שתיים מהן שאינן צמודות נקראות **זוויות קדקודיות**, והן שוות זו לזו בגודלן.
בסרטוט, x ו־z הן זוויות קדקודיות וכך גם y ו־w.
ולכן, $x = z$ וגם $y = w$.



כאשר ישר חותך שני ישרים מקבילים, נוצרות שמונה זוויות.
למשל בסרטוט: a, b, c, d, e, f, g, h.

זוויות מתאימות

זוויות מתאימות הן זוויות הנמצאות באותו צד של הישר החותך ובאותו צד של הקווים המקבילים. זוויות מתאימות שוות זו לזו בגודלן.
לכן בסרטוט: $a = e$, $c = g$, $b = f$, $d = h$.

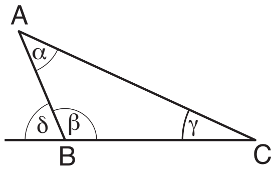
זוויות מתחלפות

זוויות מתחלפות נמצאות בצדדים מנוגדים של הישר החותך, ובצדדים מנוגדים של הישרים המקבילים.
זוויות מתחלפות שוות זו לזו בגודלן. לכן בסרטוט: $c = f$, $d = e$, $a = h$, $b = g$.

אפשר למצוא יחסים נוספים בין הזוויות השונות, בהתבסס על היחסים הנתונים.
למשל: היות ש־c ו־d הן זוויות צמודות (כלומר $c + d = 180°$) והיות ש־c ו־f הן זוויות מתחלפות (כלומר $c = f$), ברור כי $d + f = 180°$.
בדרך דומה אפשר גם להוכיח כי $c + e = 180°$, וכן הלאה.

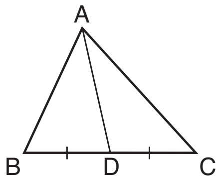
משולשים

זוויות המשולש



סכום הזוויות הפנימיות בכל משולש הוא $180°$. בסרטוט, $\alpha+\beta+\gamma=180°$.
זווית הצמודה לאחת מזוויות המשולש נקראת זווית חיצונית, והיא שווה לסכומן של שתי הזוויות האחרות במשולש. למשל בסרטוט, δ היא זווית הצמודה ל-β, ולכן $\delta=\alpha+\gamma$.

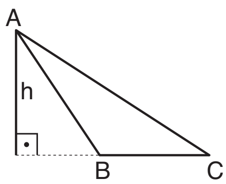
בכל משולש, מול זווית גדולה יותר נמצאת צלע ארוכה יותר.
למשל בסרטוט: אם $\gamma<\alpha<\beta$, נובע מכך כי הצלע AC (שנמצאת מול הזווית β) ארוכה מהצלע BC (שנמצאת מול הזווית α), והצלע BC ארוכה מהצלע AB (שנמצאת מול הזווית γ).

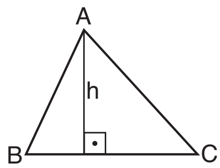


תיכון במשולש הוא קטע המחבר קדקוד במשולש עם אמצע הצלע שמולו.
למשל, במשולש שבסרטוט, AD הוא תיכון לצלע BC ולכן $BD=DC$.

גובה במשולש

גובה לצלע במשולש הוא אנך לאותה צלע, העובר דרך קדקוד המשולש שנמצא מול צלע זו. למשל, בכל אחד מהמשולשים שבסרטוט h הוא הגובה לצלע BC.





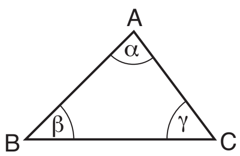
שטח המשולש

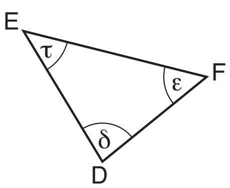
שטח משולש שווה למחצית המכפלה של אורך צלע במשולש באורך הגובה לצלע זו.
למשל, שטחו של כל אחד מהמשולשים ABC בסרטוטים דלעיל הוא $\frac{BC \cdot h}{2}$.

אי-שוויון המשולש

בכל משולש, סכום האורכים של כל שתיים מצלעותיו גדול מאורך הצלע השלישית.
למשל, במשולשים שבסרטוטים דלעיל $(AB+BC)>AC$.

משולשים חופפים





שתי צורות גאומטריות הן חופפות אם אפשר להניח אחת מהן על גבי האחרת באופן שבו שתיהן מכסות בדיוק זו את זו. מקרה פרטי של חפיפת צורות גאומטריות הוא **חפיפת משולשים**. משולשים חופפים הם משולשים שהצלעות והזוויות שלהם שוות בהתאמה.

למשל בסרטוט: משולש ABC חופף למשולש DEF ולכן צלעותיהם שוות בהתאמה $AB=DE$, $BC=EF$ ו-$AC=DF$, וגם זוויותיהם שוות בהתאמה $\alpha=\delta$, $\beta=\tau$ ו-$\gamma=\varepsilon$.

כל אחד **מארבעת המשפטים** הבאים מאפשר לנו להסיק ששני משולשים חופפים:

(א) שני משולשים חופפים אם שתיים מצלעות המשולש האחד שוות בהתאמה לשתיים מצלעות המשולש האחר, והזווית שבין צלעות אלו במשולש האחד שווה לזווית המתאימה במשולש האחר (צ, ז, צ).
למשל, המשולשים שבסרטוט חופפים אם $AB=DE$, $AC=DF$ ו-$\alpha=\delta$.

(ב) שני משולשים חופפים אם שתיים מזוויות המשולש האחד שוות בהתאמה לשתיים מזוויות המשולש האחר, וגם הצלע שבין זוויות אלו במשולש האחד שווה לצלע המתאימה במשולש האחר (ז, צ, ז).
למשל, המשולשים שבסרטוט חופפים אם $\alpha=\delta$, $\beta=\tau$ ו-$AB=DE$.

(ג) שני משולשים חופפים אם שלוש הצלעות במשולש האחד שוות לשלוש הצלעות במשולש האחר (צ, צ, צ).

(ד) שני משולשים חופפים אם שתיים מצלעות המשולש האחד שוות בהתאמה לשתיים מצלעות המשולש האחר, והזווית שמול הצלע הגדולה מתוך השתיים במשולש האחד שווה לזווית המתאימה במשולש האחר (צ, צ, ז).
למשל, המשולשים שבסרטוט חופפים אם $AB=DE$, $AC=DF$ ו-$\gamma=\varepsilon$ (כאשר $AB>AC$ ו-$DE>DF$).

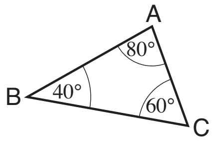
משולשים דומים

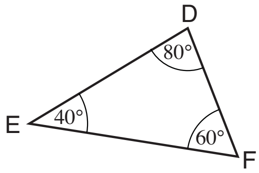
שני משולשים דומים אם שלוש הזוויות באחד המשולשים שוות לשלוש הזוויות במשולש האחר.
בשני משולשים דומים, היחס בין כל שתי צלעות במשולש האחד זהה ליחס בין שתי הצלעות המתאימות במשולש האחר.

למשל, המשולשים ABC ו־DEF בסרטוט הם משולשים דומים,

ולכן $\frac{DE}{DF} = \frac{AB}{AC}$ וכדומה.

מכך נובע גם: $\frac{BC}{EF} = \frac{AC}{DF} = \frac{AB}{DE}$

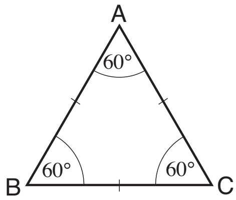




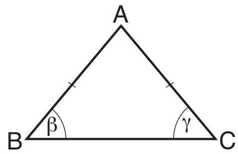
סוגי משולשים

משולש שווה צלעות הוא משולש שכל צלעותיו שוות זו לזו באורכן.
למשל בסרטוט: $AB = BC = AC$. במשולש כזה גם כל הזוויות שוות בגודלן ($60°$).

אם אורך הצלע של משולש כזה הוא a, אזי גובהו הוא $\frac{\sqrt{3}}{2}a$ ושטחו הוא $\frac{\sqrt{3}}{4}a^2$.



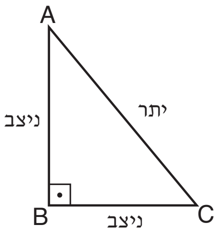
משולש שווה שוקיים הוא משולש ששתיים מצלעותיו שוות זו לזו באורכן.
למשל בסרטוט: $AB = AC$.
שתי הזוויות שמול הצלעות השוות, שוות זו לזו בגודלן. למשל בסרטוט: $\beta = \gamma$.



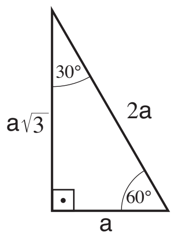
משולש חד זווית הוא משולש שכל זוויותיו חדות.

משולש קהה זווית הוא משולש שאחת מזוויותיו קהה.

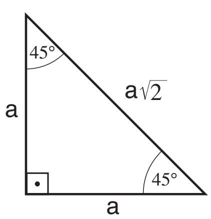
משולש ישר זווית הוא משולש שאחת מזוויותיו ישרה ($90°$).
הצלע שמול הזווית הישרה (בסרטוט: הצלע AC) נקראת **"יתר"**, ושתי הצלעות האחרות נקראות **"ניצבים"** (בסרטוט: AB ו־BC).
לפי משפט פיתגורס – במשולש ישר זווית, ריבוע היתר שווה לסכום ריבועי הניצבים.
למשל בסרטוט: $AC^2 = AB^2 + BC^2$.
בעזרת נוסחה זו אפשר למצוא את אורכה של כל צלע, אם נתונים אורכיהן של שתי הצלעות האחרות.



במשולש ישר זווית שבו גודלי הזוויות הם $30°$, $60°$ ו־$90°$, אורך הניצב שמול הזווית שגודלה $30°$ שווה למחצית אורך היתר.
למשל בסרטוט: אורך היתר הוא 2a ולכן אורך הניצב שמול הזווית שגודלה $30°$ הוא a,
ולפי משפט פיתגורס אורך הניצב שמול הזווית שגודלה $60°$ הוא $a\sqrt{3}$.

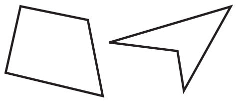


במשולש ישר זווית ושווה שוקיים גודלי הזוויות הם $45°$, $45°$ ו־$90°$, שני הניצבים שווים זה לזה באורכם, ואורך היתר גדול פי $\sqrt{2}$ מאורך הניצבים (לפי משפט פיתגורס).
למשל בסרטוט: אורך כל אחד מהניצבים הוא a ולכן אורך היתר הוא $a\sqrt{2}$.



מרובעים

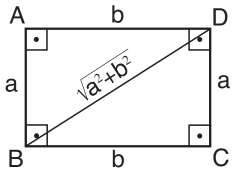
מרובע הוא כל מצולע בעל 4 צלעות. לדוגמה:



סוגי מרובעים

מלבן וריבוע

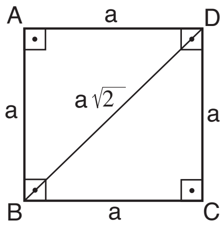
מלבן הוא מרובע שכל זוויותיו ישרות. במלבן כל זוג צלעות נגדיות שוות זו לזו באורכן.



היקף המלבן שבסרטוט הוא $2a + 2b$, או $2(a + b)$.

אורך האלכסון במלבן שבסרטוט הוא $\sqrt{a^2+b^2}$ (לפי משפט פיתגורס).

שטח המלבן (S) שווה למכפלת האורכים של שתי צלעות סמוכות.
למשל בסרטוט: $S = a \cdot b$.



ריבוע הוא מלבן שכל צלעותיו שוות זו לזו באורכן.

היקף הריבוע שבסרטוט הוא $4a$.

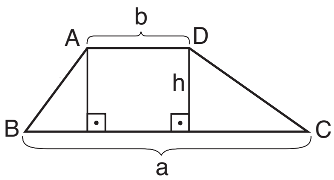
אורך אלכסון הריבוע שבסרטוט הוא $\sqrt{a^2+a^2} = a\sqrt{2}$.

שטח הריבוע שווה לריבוע אורך הצלע. למשל בסרטוט: $S = a^2$.

טרפז

טרפז הוא מרובע שיש בו **רק** זוג אחד של צלעות מקבילות. הצלעות המקבילות נקראות "**בסיסים**". שתי הצלעות האחרות נקראות "**שוקיים**". בסיסי הטרפז אינם שווים זה לזה, ולכן מכנים אותם לעתים "בסיס גדול" ו"בסיס קטן".

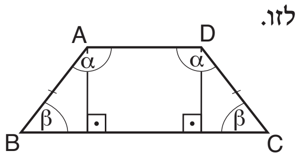
גובה בטרפז הוא קטע המחבר בין שני בסיסי הטרפז ומאונך להם.



שטח הטרפז שווה למכפלה של סכום אורכי הבסיסים במחצית הגובה.

למשל בסרטוט: אורך הבסיס הגדול (BC) הוא a
אורך הבסיס הקטן (AD) הוא b
אורך הגובה הוא h
שטח הטרפז הוא $S = \frac{h \cdot (a+b)}{2}$

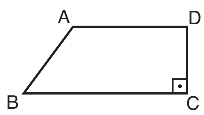
טרפז שווה שוקיים הוא טרפז שבו השוקיים שוות זו לזו באורכן. למשל בסרטוט: $AB = DC$.
בטרפז שווה שוקיים זוויות הבסיס הגדול שוות זו לזו, וזוויות הבסיס הקטן שוות זו לזו.



למשל בסרטוט: $\sphericalangle BAD = \sphericalangle CDA = \alpha$, $\sphericalangle ABC = \sphericalangle DCB = \beta$.

בטרפז כזה, כשמורידים שני גבהים מקצות הבסיס הקטן לבסיס הגדול, מתקבלים מלבן ושני משולשים ישרי זווית חופפים.

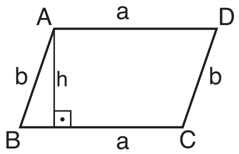
טרפז ישר זווית הוא טרפז שבו אחת מזוויות הבסיס ישרה (ראה סרטוט).



מקבילית ומעוין

מקבילית היא מרובע שבו כל זוג צלעות נגדיות מקבילות זו לזו ושוות באורכן זו לזו. למשל,
במקבילית שבסרטוט: $AD \parallel BC$, $AB \parallel DC$
$AD = BC$, $AB = DC$

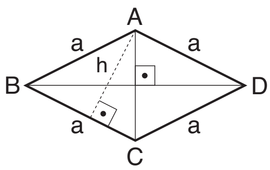
האלכסונים במקבילית חוצים זה את זה.



היקף המקבילית שבסרטוט הוא $2a + 2b$.

שטח מקבילית שווה למכפלת צלע בגובה לאותה צלע.
למשל, במקבילית שבסרטוט השטח הוא $a \cdot h$.

מעוין הוא מרובע שכל ארבע צלעותיו שוות זו לזו באורכן. במעוין, כל זוג של צלעות נגדיות הן מקבילות, ולכן אפשר לראות בו מקבילית שכל צלעותיה שוות.



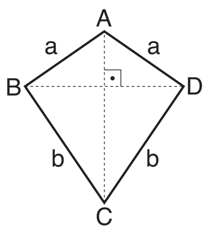
אלכסונים במעוין
מכיוון שמעוין הוא סוג של מקבילית, גם בו האלכסונים חוצים זה את זה.
במעוין האלכסונים גם **מאונכים** זה לזה.

מכיוון שכל צלעות המעוין שוות זו לזו באורכן, **היקף המעוין** שבסרטוט הוא $4a$.

שטח מעוין
מכיוון שמעוין הוא סוג של מקבילית, גם את שטחו אפשר לחשב כמכפלת צלע בגובה (לאותה צלע).
למשל, שטח המעוין שבסרטוט הוא $a \cdot h$.
כמו כן, אפשר לחשב את שטח המעוין כמחצית המכפלה של אורכי האלכסונים.
למשל, שטח המעוין שבסרטוט הוא: $\frac{AC \cdot BD}{2}$.

דלתון

דלתון הוא מרובע המורכב משני משולשים שווי שוקיים המחוברים בבסיס.
למשל בסרטוט: הדלתון ABCD מורכב מהמשולשים ABD ו־BCD,
($AB = AD$, $CB = CD$).



האלכסון המחבר בין הקדקודים של שני המשולשים שווי השוקיים
חוצה את האלכסון שהוא בסיס של שני משולשים אלה, ומאונך לו.
למשל בסרטוט: AC חוצה את BD וגם $AC \perp BD$.

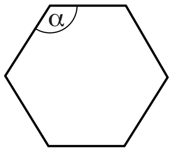
היקף הדלתון שבסרטוט הוא $2a + 2b$.

שטח דלתון שווה למחצית המכפלה של אורכי האלכסונים.
למשל, שטח הדלתון שבסרטוט הוא: $\frac{AC \cdot BD}{2}$.

מצולע משוכלל

מצולע משוכלל הוא מצולע שכל צלעותיו שוות זו לזו באורכן וכל זוויותיו הפנימיות שוות זו לזו בגודלן.
דוגמאות: מחומש משוכלל הוא מצולע משוכלל בעל 5 צלעות.
משושה משוכלל הוא מצולע משוכלל בעל 6 צלעות.
מתומן משוכלל הוא מצולע משוכלל בעל 8 צלעות.

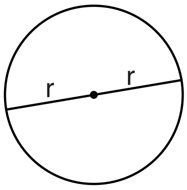
אפשר לחשב את גודל הזווית הפנימית α במצולע משוכלל בעל n צלעות בעזרת הנוסחה הבאה: $\alpha = \left(180° - \frac{360°}{n}\right)$.



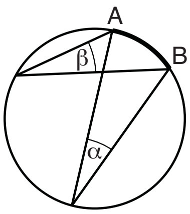
דוגמה: בסרטוט מוצג משושה משוכלל. גודל כל אחת מזוויותיו הפנימיות הוא $120°$,

שכן, $\alpha = 180° - \frac{360°}{6} = 120°$

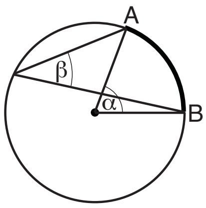
מעגל, עיגול



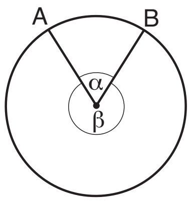
רדיוס הוא קטע המחבר את מרכז המעגל עם נקודה כלשהי על היקפו.
מיתר במעגל הוא קטע העובר בתוך המעגל ומחבר שתי נקודות שונות הנמצאות על היקפו.
קוטר הוא מיתר במעגל העובר דרך מרכז המעגל.
אורך הקוטר במעגל שווה לפעמיים אורך הרדיוס. אם נסמן את אורך רדיוס המעגל ב־r,
אזי אורך הקוטר במעגל הוא $2r$.
חלק המעגל שבין שתי נקודות על היקפו נקרא **קשת**.
היקף מעגל שאורך רדיוסו r הוא $2\pi r$ (ערכו של π הוא 3.14 בקירוב).
שטח מעגל שאורך רדיוסו r הוא πr^2. (לעתים, משתמשים במונח "שטח עיגול" במקום "שטח מעגל".)



זווית היקפית
זווית היקפית היא זווית שקדקודה נמצא על היקף המעגל ושוקיה הם מיתרים במעגל.
זוויות היקפיות הנשענות על אותה הקשת שוות בגודלן.
למשל בסרטוט: הזוויות α ו־β הן זוויות היקפיות הנשענות שתיהן על הקשת AB,
ולכן $\alpha = \beta$.
זווית היקפית הנשענת על קוטר (כלומר, על קשת שאורכה מחצית היקף המעגל) היא זווית ישרה.

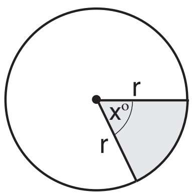


זווית מרכזית
זווית מרכזית היא זווית שקדקודה במרכז המעגל ושוקיה הם רדיוסים במעגל.
זווית מרכזית גדולה פי 2 מכל זווית היקפית הנשענת על אותה קשת.
למשל בסרטוט: α היא זווית מרכזית ו־β היא זווית היקפית, ושתיהן נשענות על אותה קשת AB, ולכן $\alpha = 2\beta$.

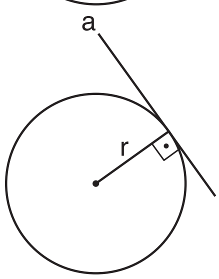


קשת
שתי נקודות על היקף מעגל תוחמות שתי קשתות.
למשל בסרטוט: הנקודות A ו־B תוחמות שתי קשתות - האחת מתאימה לזווית המרכזית α והאחרת לזווית המרכזית β. הקשת הקצרה AB מתאימה לזווית הקטנה מן השתיים - α.

אורכה של קשת זו הוא: $2\pi r \cdot \frac{\alpha}{360}$ (r הוא רדיוס המעגל).

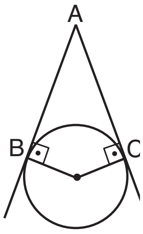


גזרה
חלק העיגול התחום בין שני רדיוסים וקשת נקרא גזרה.
את הזווית המרכזית הנוצרת בין שני הרדיוסים מכנים גם זווית ראש.
למשל, החלק הכהה בסרטוט הוא גזרת עיגול בעלת זווית ראש $x°$.
שטח גזרת העיגול הוא: $\pi r^2 \cdot \frac{x}{360}$



משיק למעגל
משיק למעגל הוא ישר הנוגע בהיקף המעגל בנקודה אחת בלבד הנקראת "נקודת ההשקה".
הזווית בין הרדיוס לבין המשיק, באותה הנקודה, היא זווית ישרה.
למשל בסרטוט, הישר a משיק למעגל שרדיוסו r.

שני משיקים למעגל
שני ישרים המשיקים לאותו מעגל ונחתכים בנקודה אחת נקראים גם שני משיקים למעגל היוצאים מנקודה אחת.



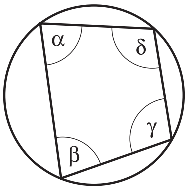
אורך כל אחד מהמשיקים הוא אורך הקטע המחבר את נקודת החיתוך של המשיקים עם נקודת ההשקה של המשיק עם המעגל.

משיקים למעגל היוצאים מנקודה אחת שווים זה לזה באורכם.
למשל בסרטוט: A היא נקודת החיתוך, B ו-C הן נקודות ההשקה, ולכן $AB = AC$.

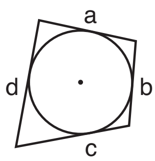
מצולע חוסם מעגל
מצולע החוסם מעגל הוא מצולע שכל אחת מצלעותיו משיקה למעגל.

מצולע חסום במעגל
מצולע החסום במעגל הוא מצולע שכל קדקודיו נמצאים על היקף המעגל.

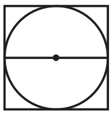
משולש חסום במעגל
כל משולש אפשר לחסום במעגל.
לכל משולש יש מעגל אחד בלבד החוסם אותו (כלומר, מעגל שקדקודי המשולש נמצאים על היקפו).
אם המשולש החסום הוא ישר זווית, מרכז המעגל החוסם אותו הוא אמצע היתר של המשולש.



מרובע חסום במעגל
לא כל מרובע אפשר לחסום במעגל.
במרובע חסום במעגל סכום הזוויות הנגדיות שווה תמיד ל-$180°$.
למשל, במרובע שבסרטוט: $\alpha + \gamma = 180°$
$\beta + \delta = 180°$



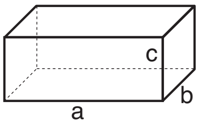
מרובע חוסם מעגל
במרובע החוסם מעגל, סכום האורכים של כל זוג צלעות נגדיות שווה.
למשל, במרובע שבסרטוט: $a + c = b + d$.



במקרה של ריבוע החוסם מעגל, אורך צלע הריבוע שווה לאורך של קוטר המעגל (ראו סרטוט).

צורות תלת-ממדיות (גופים)

תיבה וקובייה

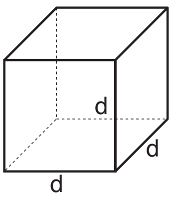


תיבה היא גוף תלת-ממדי בעל שש פאות מלבניות. שלושת ממדי התיבה הם האורך, הרוחב והגובה (a, b ו-c בהתאמה בסרטוט).

שטח הפנים של תיבה הוא סכום שטחי פאותיה. שטח הפנים של התיבה בסרטוט הוא:
$ab + ac + bc + ab + ac + bc$ או: $2ab + 2ac + 2bc$.

נפח (V) של תיבה הוא מכפלה של האורך, הרוחב והגובה. בתיבה שבסרטוט $V = a \cdot b \cdot c$.

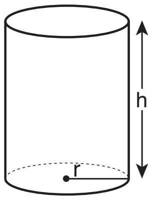
קובייה היא תיבה שבה האורך, הרוחב והגובה שווים זה לזה בגודלם.



בקובייה כל הפאות שוות זו לזו בשטחן.
שטח כל פאה בקובייה שבסרטוט הוא d^2,
ולכן **שטח הפנים** של הקובייה הוא $6d^2$.

נפח הקובייה שבסרטוט הוא d^3.

גליל



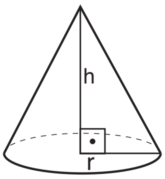
גליל הוא גוף תלת-ממדי ששני בסיסיו הם מעגלים חופפים זה לזה הנמצאים במישורים מקבילים. הקו המחבר את מרכזי המעגלים מאונך לכל אחד מהבסיסים.

שטח המעטפת של גליל שאורך רדיוס בסיסו r וגובהו h הוא מכפלת היקף הבסיס בגובה הגליל, כלומר, $2\pi r \cdot h$.

שטח הפנים של גליל הוא סכום שטחי הבסיסים והמעטפת. שטח כל בסיס הוא πr^2 ושטח המעטפת הוא $2\pi r \cdot h$, לכן שטח הפנים הוא $2\pi r \cdot h + 2\pi r^2 = 2\pi r \cdot (h + r)$.

נפח הגליל הוא מכפלת שטחו של אחד הבסיסים בגובה הגליל, כלומר $\pi r^2 \cdot h$.

חרוט

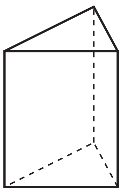


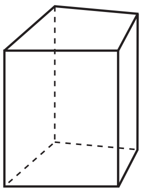
חרוט הוא הגוף התלת-מימדי שנוצר מחיבור הנקודות שעל היקף מעגל כלשהו עם נקודה הנמצאת מחוץ למישור המעגל.

חרוט ישר נוצר כאשר הנקודה שמחוץ למעגל נמצאת על ישר שעובר דרך מרכז המעגל ומאונך למישור המעגל (ראה סרטוט).

נפח חרוט שרדיוס בסיסו r וגובהו h הוא $V = \frac{\pi r^2 \cdot h}{3}$

מנסרה ישרה





מנסרה ישרה היא גוף תלת-ממדי ששני בסיסיו הם מצולעים חופפים זה לזה הנמצאים במישורים מקבילים, ופאותיו הצדדיות הן מלבנים. כל מנסרה מכוּנָה על פי מספר הצלעות של בסיסה. למשל, מנסרה משולשת היא בעלת בסיסים משולשים, מנסרה מרובעת היא בעלת בסיסים מרובעים וכו' (ראה סרטוטים).

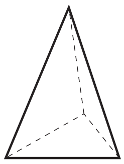
גובה המנסרה הוא אורך הקטע המחבר בין הבסיסים ומאונך להם. זה המרחק בין בסיסי המנסרה.

שטח המעטפת של מנסרה הוא סכום שטחי כל הפאות הצדדיות. אפשר לחשב את שטח המעטפת גם כמכפלה של היקף בסיס המנסרה בגובה המנסרה.

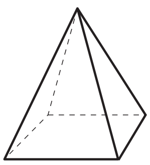
שטח הפנים של מנסרה הוא סכום שטח המעטפת ושטחי שני הבסיסים של המנסרה.

נפח המנסרה שווה למכפלת שטח אחד הבסיסים בגובה המנסרה.

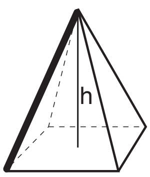
פירמידה (ישרה)



פירמידה היא הגוף שנוצר מחיבור קדקודי מצולע כלשהו עם נקודה הנמצאת מחוץ למישור של המצולע. הנקודה נקראת "קדקוד הפירמידה" והמצולע נקרא "בסיס הפירמידה".



הפאות הצדדיות של הפירמידה הן משולשים.
כל פירמידה מכונה על פי מספר הצלעות של בסיסה.
למשל, פירמידה משולשת היא בעלת בסיס משולש,
פירמידה מרובעת היא בעלת בסיס מרובע וכו' (ראה סרטוטים).



גובה הפירמידה הוא אורך הקטע היורד מקדקוד הפירמידה לבסיסה ומאונך למישור הבסיס שלה. זה המרחק בין קדקוד הפירמידה לבסיס שלה (ראה סרטוט).

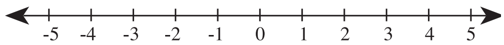
אם S הוא שטח בסיס הפירמידה ו-h הוא גובה הפירמידה,
אזי **נפח** הפירמידה הוא $V = \frac{S \cdot h}{3}$

מקצוע

מַקְצוֹע בגוף תלת-ממדי הוא הקו הישר הנוצר במקום המפגש בין שתי פאות.
בפירמידה שלעיל הקטע המסומן בקו מודגש "▬▬" הוא אחד המקצועות. בתיבה, למשל, יש 12 מקצועות.

ציר המספרים

ציר המספרים משמש להצגה גאומטרית של יחסים בין מספרים.

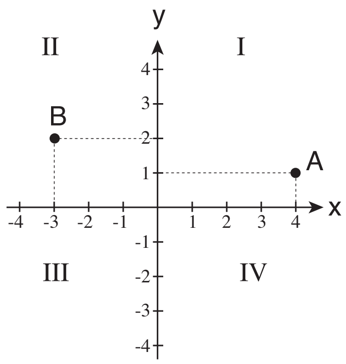


* המספרים על ציר המספרים גדלים ככל שמתקדמים ימינה.

* המרחק בין נקודות על ציר המספרים פרופורציונלי להפרש בין הערכים המספריים המתאימים לנקודות. למשל, המרחק בין הנקודות המתאימות לערכים (-4) ו־(-2) שווה למרחק בין הנקודות המתאימות לערכים 3 ו־5.

מערכת צירים קרטזית

במערכת צירים קרטזית במישור יש שני צירי מספרים מאונכים זה לזה. הציר האופקי נקרא ציר ה־x, והציר האנכי נקרא ציר ה־y. בציר ה־x המספרים גדלים ככל שמתקדמים ימינה. בציר ה־y המספרים גדלים ככל שמתקדמים למעלה.

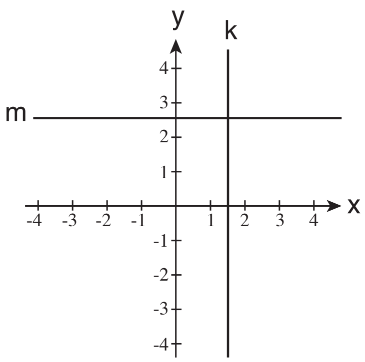


הצירים מחלקים את המישור לארבעה רביעים, המסומנים בסרטוט בספרות הרומיות I, II, III, IV.

לכל נקודה במישור אפשר להתאים זוג של ערכים x ו־y.
למשל, ערך ה־x של הנקודה A בסרטוט הוא 4, וערך ה־y שלה הוא 1.
ערך ה־x של הנקודה B בסרטוט הוא (-3), וערך ה־y שלה הוא 2.

מקובל לסמן את ערכי הנקודה בסוגריים, ובתוכם ערך ה־x נמצא משמאל לערך ה־y, כך: (x, y). למשל, הנקודה A תסומן $A(4, 1)$ והנקודה B תסומן $B(-3, 2)$.

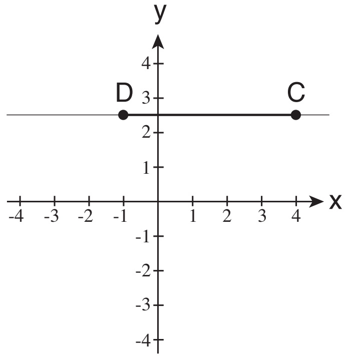
לעתים מכנים את ערכי הנקודה (x, y) בשם **"שיעורי הנקודה"**.
הנקודה במישור המתאימה ל־$(0, 0)$ היא נקודת מפגש הצירים, והיא נקראת **"ראשית הצירים"**.



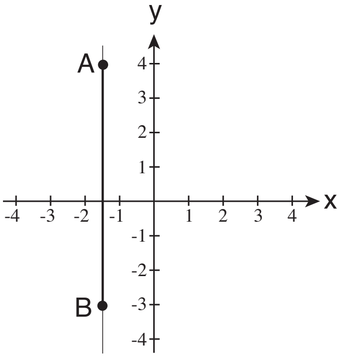
לכל הנקודות על ישר המקביל לציר ה־x יש אותו ערך y, ולכל הנקודות על ישר המקביל לציר ה־y יש אותו ערך x.

למשל בסרטוט,
הישר k מקביל לציר ה־y, ולכן לכל הנקודות שעל הישר k יש אותו ערך x. בסרטוט $x = 1.5$

הישר m מקביל לציר ה־x, ולכן לכל הנקודות שעל הישר m יש אותו ערך y. בסרטוט $y = 2.5$

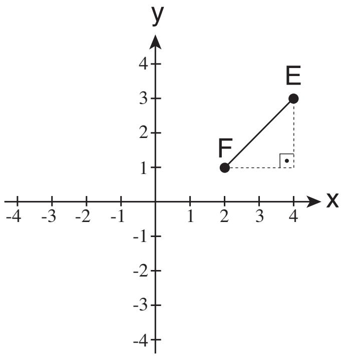


דרך כל שתי נקודות במישור עובר ישר אחד בלבד.
החלק של אותו ישר הנמצא בין שתי הנקודות נקרא קטע.
אם הקטע מקביל לציר ה־x, אורכו הוא ההפרש (בערך מוחלט) בין ערכי ה־x של הנקודות.
למשל בסרטוט: הקטע CD מקביל לציר ה־x.
ערך ה־x של הנקודה C הוא 4 וערך ה־x של הנקודה D הוא (-1).
ההפרש בין ערכי ה־x של הנקודות הוא $4 - (-1) = 5$,
ולכן אורך הקטע CD הוא 5.



אם הקטע מקביל לציר ה-y, אורכו הוא ההפרש (בערך מוחלט) בין ערכי ה-y של הנקודות.

למשל בסרטוט: הקטע AB מקביל לציר ה-y.
ערך ה-y של הנקודה A הוא 4 וערך ה-y של הנקודה B הוא (-3).
ההפרש בין ערכי ה-y הוא $4 - (-3) = 7$, ולכן אורך הקטע AB הוא 7.



אם הקטע אינו מקביל לאחד מהצירים (למשל הקטע EF בסרטוט), אפשר לחשב את אורכו בעזרת משפט פיתגורס: מסרטטים משולש ישר זווית שהקטע הוא היתר בו וניצביו מקבילים לציר ה-x ולציר ה-y.
אורכו של הניצב המקביל לציר ה-x שווה להפרש ערכי ה-x של הנקודות E ו-F ($4 - 2 = 2$), ואורכו של הניצב המקביל לציר ה-y שווה להפרש ערכי ה-y של הנקודות E ו-F ($3 - 1 = 2$).
בעזרת משפט פיתגורס אפשר לחשב את אורכו של היתר:

$$EF = \sqrt{2^2 + 2^2} = \sqrt{8}$$

שאלות ובעיות

שאלות אלה עוסקות בכמה נושאים כגון: פתרון משוואות, דרך, הספק, צירופים והסתברות, גיאומטריה ועוד. מקצת השאלות הן מילוליות, ובהן יש לתרגם תחילה את הבעיה לביטויים אלגבריים; מקצתן הן שאלות לא מילוליות, ובהן הבעיה מוצגת מלכתחילה בביטויים אלגבריים; שאלות אחרות עוסקות במאפיינים של צורות גיאומטריות כמו שטח, נפח, זוויות ועוד. לפניכם שאלות לדוגמה ובצִדן פתרונות והסברים.

שימו לב: הדוגמאות שבחוברת זו ממוינות לפי סוגים, אך בבחינה אין חלוקה כזו.

שאלות מילוליות

.1 נהג עבר שליש מהדרך בין חיפה לאילת במהירות של 75 קמ"ש, חמישית **משאר** הדרך הוא עבר בשעה, ואת יתרת הדרך הוא עבר במהירות של 80 קמ"ש. המרחק בין חיפה לאילת הוא 450 ק"מ. לו נסע הנהג במהירות קבועה לאורך כל הדרך, מה הייתה צריכה להיות מהירות זו כדי שהנסיעה מחיפה לאילת תארך בדיוק אותו משך זמן?

(1) 70 קמ"ש (2) 75 קמ"ש (3) 80 קמ"ש (4) אף לא אחת מהאפשרויות הנ"ל

שאלה זו היא בעיה מתמטית המוצגת בצורה מילולית, ולכן יש לתרגם אותה תחילה לביטויים אלגבריים. ראשית, הגדירו לעצמכם בבירור מה עליכם למצוא: **המהירות** שבה יש לנסוע כדי לעבור את **המרחק** בין חיפה לאילת באותו פרק **זמן** שבו עשה זאת הנהג שבשאלה. אם כן, זו שאלת דרך, ואפשר ליישם בה את הנוסחה המקשרת בין מרחק, מהירות, וזמן: $v = \frac{s}{t}$, שכן המרחק (s) נתון, את הזמן (t) ניתן לחשב והמהירות (v) היא הנעלם שיש למצוא. נתון בשאלה כי המרחק בין חיפה לאילת הוא 450 ק"מ. את הזמן הכולל שהיה דרוש לנהג כדי לעבור את כל המרחק מחיפה לאילת אפשר לחשב כך:

הדרך מחולקת בשאלה לשלושה קטעים. נחשב בכמה זמן עבר הנהג כל קטע:

א. שליש מהדרך הוא **150 ק"מ**, כי $450 \cdot \frac{1}{3}$ הם 150 ק"מ. קטע זה מהדרך עבר הנהג **בשעתיים**, כי נדרשות שעתיים כדי לעבור 150 ק"מ במהירות של 75 קמ"ש $\left(\frac{150}{75} = 2\right)$.

ב. חמישית משאר הדרך היא **60 ק"מ**, כי אורכה של שאר הדרך הוא $450 - 150 = 300$, ו־$300 \cdot \frac{1}{5}$ הם 60 ק"מ.
נתון בשאלה כי הנהג עבר קטע זה מהדרך **בשעה אחת**.

ג. יתרת הדרך היא **240 ק"מ**, כי $450 - 150 - 60 = 240$. קטע זה עבר הנהג **בשלוש שעות**, כי נדרשות שלוש שעות כדי לעבור 240 ק"מ במהירות של 80 קמ"ש.

כלומר, הנסיעה מחיפה לאילת ארכה בסך הכול **6 שעות** (שעתיים ועוד שעה ועוד שלוש שעות). כעת אפשר לחשב את המהירות הקבועה שיש לנסוע בה כדי לעבור 450 ק"מ ב־6 שעות, על ידי הצבת הנתונים בנוסחה: $t = 6$, $s = 450$, $v = \frac{s}{t} = \frac{450}{6} = 75$, כלומר המהירות היא 75 קמ"ש, והתשובה הנכונה היא (2).

.2 ביום ה־10 לחייו אכל פילון 5 סוכריות. מיום זה ואילך תיאבונו הלך וגדל, ובכל יום הוא אכל פי 2 סוכריות מביום הקודם. כמה סוכריות אכל הפילון ביום ה־14 לחייו?

(1) 40 (2) 80 (3) 100 (4) 120

ביום ה־10 אכל הפילון 5 סוכריות. מכיוון שמיום זה ואילך הוא אכל בכל יום פי 2 סוכריות משאכל ביום הקודם, הרי שביום ה־11 הוא אכל 10 סוכריות $(5 \cdot 2)$, ביום ה־12 הוא אכל 20 סוכריות $(5 \cdot 2 \cdot 2)$ וכך הלאה. לכן, ביום ה־14 הוא אכל 80 סוכריות $(80 = 5 \cdot 2^4 = 5 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2 \cdot 2)$, והתשובה הנכונה היא (2).
באופן כללי, אם n הוא מספר שלם חיובי, אזי ביום ה־$(10+n)$ אכל הפילון $5 \cdot 2^n$ סוכריות.

3. במסגרת ארוחה עסקית במסעדה מסוימת אפשר לבחור אחת מבין 3 מנות ראשונות שונות ואחת מבין 4 מנות עיקריות שונות. בנוסף למנה הראשונה ולמנה העיקרית אפשר לבחור בין מרק לבין קינוח.
כמה אפשרויות שונות של ארוחה עסקית בת 3 מנות אפשר להרכיב במסעדה זו?

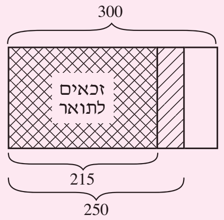
(1) 12 (2) 14 (3) 18 (4) 24

יש **שלוש** אפשרויות לבחור מנה ראשונה. לכל מנה ראשונה שבוחרים אפשר לצרף אחת **מארבע** מנות עיקריות שונות. כלומר, יש $3 \cdot 4$ צירופים שונים של מנה ראשונה ומנה עיקרית. לכל אחד מ-12 הצירופים הללו אפשר להוסיף מרק או קינוח. כלומר, בסך הכול יש $12 \cdot 2$ צירופים שונים של שלוש מנות, שהם 24 אפשרויות. לכן התשובה הנכונה היא (4).

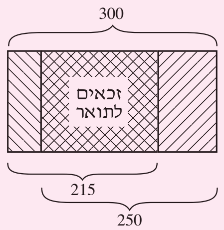
4. סטודנט מקבל תואר .B.A רק אם הוא עובר את כל הבחינות ומגיש את כל העבודות. מתוך 300 סטודנטים, 250 עברו את כל הבחינות, ו-215 הגישו את כל העבודות. כמה סטודנטים קיבלו תואר .B.A?

(1) לכל הפחות 215 (2) לכל היותר 185 (3) בדיוק 215 (4) לכל הפחות 165

יש שתי קבוצות סטודנטים: קבוצת הסטודנטים שעברו את כל הבחינות וקבוצת הסטודנטים שהגישו את כל העבודות. כל סטודנט השייך לשתי הקבוצות זכאי לקבל תואר .B.A. מידת החפיפה בין שתי הקבוצות אינה ידועה, אך יש שני מצבים קיצוניים אפשריים. נמחיש אותם בסרטוט:



- במצב של **חפיפה מקסימלית** בין שתי הקבוצות, מספר הזכאים לתואר יהיה מקסימלי. חפיפה מקסימלית תהיה אם כל 215 הסטודנטים שהגישו את כל העבודות גם עברו את כל הבחינות. כלומר, **לכל היותר** 215 סטודנטים יכולים לקבל תואר.



- במצב של **חפיפה מינימלית** בין שתי הקבוצות, מספר הזכאים לתואר יהיה מינימלי. חפיפה מינימלית תהיה אם לכל סטודנט שאינו זכאי לתואר יש רק סיבה אחת לכך. במצב זה מספר הסטודנטים שאינם זכאים לתואר הוא מקסימלי. 50 סטודנטים $(300 - 250)$ אינם זכאים לתואר משום שלא עברו את כל הבחינות, ו-85 סטודנטים $(300 - 215)$ אינם זכאים לתואר משום שלא הגישו את כל העבודות. כלומר, מספר הלא-זכאים המקסימלי הוא $135 = 85 + 50$. לכן מספר הזכאים המינימלי הוא $165 = 135 - 300$. כלומר, **לפחות** 165 סטודנטים זכאים לתואר.

אם כן, מספר הזכאים לתואר .B.A יכול להיות בין 165 ל-215.
לכן התשובה הנכונה היא (4).

5. מפעל העובד בקצב קבוע מייצר 20 מכוניות ב-4 ימים. כמה מכוניות אפשר לייצר ב-3 מפעלים כאלה, העובדים באותו קצב, במשך 6 ימים?

(1) 60 (2) 80 (3) 90 (4) 120

שאלה זו היא שאלת הספק. אחת הדרכים לפתור שאלות מסוג זה היא למצוא את ההספק של יחידת תפוקה אחת (במקרה זה מפעל אחד) ליחידת זמן אחת (במקרה זה יום אחד), ואז להכפיל במספר יחידות התפוקה (3 מפעלים) ובמספר יחידות הזמן המבוקשות (6 ימים). אם מפעל מייצר 20 מכוניות ב-4 ימים, בכל יום הוא מייצר 5 מכוניות $(20 : 4 = 5)$. לכן, 3 מפעלים מייצרים ב-6 ימים $5 \cdot 3 \cdot 6$ מכוניות, שהן 90 מכוניות, והתשובה הנכונה היא (3).

6. בקופסה היו 20 כובעים לבנים ו-13 כובעים שחורים. יעקב הוציא מהקופסה באקראי 3 כובעים בזה אחר זה, בלי להחזירם לקופסה, ושלושתם היו שחורים.
מה ההסתברות שגם הכובע הרביעי שיוציא באקראי יהיה שחור?

(1) $\frac{13}{33}$ (2) $\frac{10}{33}$ (3) $\frac{1}{3}$ (4) $\frac{1}{33}$

עליכם לחשב את ההסתברות שיעקב יוציא כובע שחור, לאחר שכבר הוציא שלושה כובעים שחורים. ההסתברות לכך היא מספר הכובעים השחורים שנותרו בקופסה חלקי סך כל הכובעים (שחורים או לבנים) שנותרו בקופסה. לאחר שהוצאו שלושה כובעים שחורים, נותרו בקופסה 10 כובעים שחורים ו-20 כובעים לבנים. כלומר, מתוך 30 הכובעים שבקופסה 10 הם שחורים, ולכן, ההסתברות שיעקב יוציא כעת כובע שחור היא $\frac{10}{30} = \frac{1}{3}$.
לכן התשובה הנכונה היא (3).

שאלות לא מילוליות

.1 נתון: $2^x \cdot 2^y = 32$

$x + y = ?$

(1) אי-אפשר לדעת על פי הנתונים
(2) 5
(3) 8
(4) 4

לפי חוקי החזקות, במכפלה של חזקות בעלות אותו בסיס אפשר לחבר את המעריכים, לכן $2^x \cdot 2^y = 2^{x+y}$.
לפי הנתון $2^{x+y} = 32$. כדי שנוכל למצוא את ערך הביטוי $x+y$, נבטא את 32 כחזקה שבסיסה 2 כך: $32 = 2^5$. מכאן ש- $2^{x+y} = 2^5$. מאחר שבשתי חזקות שוות בעלות אותו בסיס גם המעריכים שווים, נסיק ש- $x+y = 5$.
לכן התשובה הנכונה היא (2).

.2 הממוצע של שלושת המספרים x, y ו-z הוא $x \cdot y$.
לְמה שווה z?

(1) $3 \cdot x \cdot y - x - y$
(2) $x \cdot y - x - y$
(3) $3 \cdot x \cdot y + x + y$
(4) $3 \cdot x \cdot y - (x - y)$

ממוצע הוא סכום האיברים חלקי מספרם, ולכן הממוצע של x, y ו-z שווה ל- $\frac{x+y+z}{3}$.
נציב במשוואה את הנתונים בשאלה: $x \cdot y = \frac{x+y+z}{3}$, נכפיל את שני האגפים ב-3: $x + y + z = 3 \cdot x \cdot y$,
ונבודד את z: $z = 3 \cdot x \cdot y - x - y$.
לכן התשובה הנכונה היא (1).

.3 נתון: $\frac{a+b}{2} = 9$, $\frac{c+d+e}{3} = 4$

מה יהיה ערכו של הביטוי: $\frac{a+b+c+d+e}{5}$?

(1) 5 (2) 6 (3) 6.5 (4) 13

נפשט את שני הביטויים הנתונים:
נכפיל ב-2 את שני האגפים של הביטוי $\frac{a+b}{2} = 9$ ונקבל $a + b = 18$. נכפיל ב-3 את שני האגפים של הביטוי $\frac{c+d+e}{3} = 4$ ונקבל $c + d + e = 12$. נחבר את שני הביטויים שהתקבלו:
$a + b + c + d + e = 18 + 12 = 30$, וזה למעשה המונה בביטוי שאת ערכו נדרשים למצוא.
לכן ערך הביטוי המבוקש הוא $\frac{30}{5} = 6$, והתשובה הנכונה היא (2).

.4 נתון: $B < C$
$B < D < A$

איזה מן הביטויים הבאים נכון **בהכרח**?

(1) $C < D$
(2) $D < C$
(3) $C < A$
(4) אף לא אחד מהביטויים הנ"ל נכון בהכרח

מהנתונים אי-אפשר להסיק דבר בנוגע ליחס הגדלים בין C לבין A ו-D. למשל, שני המצבים הבאים אפשריים, כי הם אינם סותרים את הנתונים:
א. $B < C < D < A$
ב. $B < D < A < C$
הביטוי ב-(1) נכון במצב א', אך במצב ב' אין הוא נכון. הביטוי ב-(2) נכון במצב ב', אך במצב א' אין הוא נכון. הביטוי ב-(3) נכון במצב א', אך במצב ב' אין הוא נכון. אם כן, כל אחד מהביטויים עשוי להיות נכון במצבים מסוימים, ועשוי להיות שגוי במצבים אחרים.
לכן אף לא אחד מהביטויים נכון **בהכרח**, והתשובה הנכונה היא (4).

.5 K הוא מספר זוגי, ו-P הוא מספר אי-זוגי.
איזו מן הטענות הבאות **אינה** נכונה?

(1) $P - K - 1$ הוא מספר אי-זוגי
(2) $P + K + 1$ הוא מספר זוגי
(3) $P \cdot K + P$ הוא מספר אי-זוגי
(4) $P^2 + K^2 + 1$ הוא מספר זוגי

נבדוק כל אחת מהטענות:

(1) ההפרש בין מספר אי-זוגי (P) למספר זוגי (K) הוא מספר אי-זוגי, ולכן $P - K$ הוא מספר אי-זוגי. אם מפחיתים 1 מהמספר האי-זוגי שהתקבל, מקבלים מספר זוגי. לכן $P - K - 1$ הוא מספר **זוגי**, והטענה **אינה** נכונה.

(2) סכום של מספר אי-זוגי (P) ומספר זוגי (K) הוא מספר אי-זוגי, ולכן $P + K$ הוא מספר אי-זוגי. אם מוסיפים 1 למספר אי-זוגי, מקבלים מספר זוגי. לכן $P + K + 1$ הוא מספר **זוגי**, והטענה **נכונה**.

(3) מכפלה של מספר זוגי במספר שלם כלשהו היא זוגית, לכן המכפלה $P \cdot K$ היא מספר זוגי. אם נוסיף למכפלה הזוגית מספר אי-זוגי, נקבל מספר אי-זוגי. לכן $P \cdot K + P$ הוא מספר **אי-זוגי**, והטענה **נכונה**.

(4) ריבוע של מספר אי-זוגי (P^2) הוא מספר אי-זוגי, כי הוא מכפלה של אי-זוגי באי-זוגי ($P \cdot P$), וריבוע של מספר זוגי (K^2) הוא מספר זוגי, כי הוא מכפלה של זוגי בזוגי ($K \cdot K$). סכום שני הריבועים ($P^2 + K^2$) הוא אי-זוגי כי הוא סכום של אי-זוגי וזוגי, ולכן, כשמוסיפים לו 1 מקבלים מספר זוגי. כלומר, $P^2 + K^2 + 1$ הוא מספר **זוגי**, והטענה **נכונה**.

בשאלה זו יש לסמן את הטענה **שאינה** נכונה, ולכן (1) היא התשובה הנכונה.

גיאומטריה

1. נוזל הממלא תיבה שממדיה הם 2 ס"מ x 10 ס"מ x 20 ס"מ, נמזג כולו לכלי בצורת גליל שרדיוס בסיסו 5 ס"מ.
עד איזה גובה (בס"מ) יגיעו פני הנוזל בכלי הגלילי?

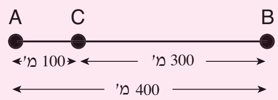
(1) $\frac{16}{\pi}$ (2) $\frac{40}{\pi}$ (3) 8π (4) 8

נפח תיבה הוא מכפלת שלושת ממדיה, ולכן נפח הנוזל בתיבה הוא $2 \cdot 10 \cdot 20$ סמ"ק, שהם 400 סמ"ק. לאחר מזיגתו לכלי שצורתו גליל, נפח הנוזל נשאר כשהיה. כעת יש למצוא מה יהיה גובהו של גליל, שרדיוס בסיסו 5 ס"מ ונפחו 400 סמ"ק. גובה זה הוא הגובה שאליו יגיע הנוזל בגליל. הנוסחה לנפח גליל היא $\pi r^2 \cdot h$, ויש למצוא את h כאשר נתון כי $r = 5$ וכי הנפח הוא 400 סמ"ק.
נציב את הנתונים בנוסחה: $\pi \cdot 5^2 \cdot h = 400$, כלומר $\pi \cdot 25 \cdot h = 400$.
כדי לבודד את h נחלק את שני האגפים ב-25π: $h = \frac{16}{\pi}$, ולכן התשובה הנכונה היא (1).

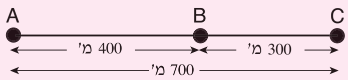
2. המרחק בין הנקודות A ו-B הוא 400 מטר.
המרחק בין הנקודות B ו-C הוא 300 מטר.
מכאן נובע שהמרחק בין הנקודות A ו-C הוא **בהכרח** –

(1) 100 מטר (2) 500 מטר (3) 700 מטר (4) אי-אפשר לדעת על פי הנתונים

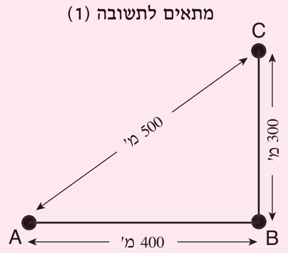
הנתונים בשאלה זו אינם מספקים מידע בנוגע למקומן היחסי של שלוש הנקודות, וייתכנו מצבים רבים, כמו למשל:



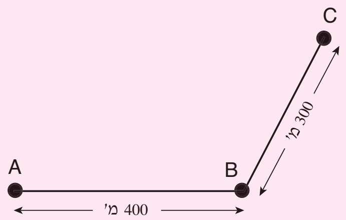
מתאים לתשובה (1)



מתאים לתשובה (3)



מתאים לתשובה (2)

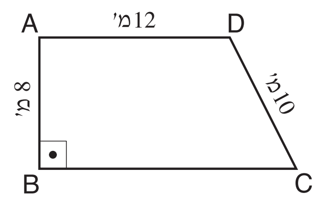


לא מתאים אף לא לאחת מהתשובות (1)-(3)

כל המצבים הללו ייתכנו, וכן מצבים רבים נוספים, אך אף לא אחד מהם מתקיים בהכרח.
לכן התשובה הנכונה היא (4).

3. בסרטוט שלפניכם טרפז ישר זווית $(AD \parallel BC)$.
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
מה שטח הטרפז?

(1) 150 מ"ר
(2) 120 מ"ר
(3) 108 מ"ר
(4) 96 מ"ר



הנוסחה לחישוב שטח טרפז שבסיסו האחד a, בסיסו האחר b וגובהו h היא: $\frac{(a+b) \cdot h}{2}$.
בסרטוט נתונים אורך הבסיס הקטן והגובה (מכיוון שהטרפז ישר זווית, השוק המאונכת לבסיסים שווה לגובה הטרפז). בסרטוט חסר אורך הבסיס הגדול. לשם חישובו נוריד אנך מנקודה D לבסיס BC (DE בסרטוט שלהלן). מתקבל מלבן ABED שאורכו 12 מ' ורוחבו 8 מ', ולכן ברור כי $BE = 12$ ו-$DE = 8$.

כעת נותר רק לחשב את אורכו של EC כדי למצוא את אורך הבסיס הגדול של הטרפז.

את אורך הקטע EC אפשר לחשב בעזרת משפט פיתגורס במשולש ישר הזווית DEC: $DC^2 = DE^2 + EC^2$

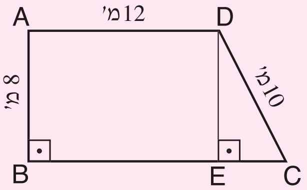
נבודד את EC: $EC = \sqrt{DC^2 - DE^2}$

נציב את הנתונים: $EC = \sqrt{10^2 - 8^2} = 6$

אורך הבסיס הגדול הוא אם כן 18 מ' (6 מ' + 12 מ').

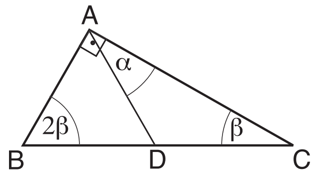
נחשב את שטח הטרפז: $S = \frac{(12+18)\cdot 8}{2}$

אם כן, שטח הטרפז הוא 120 מ"ר, והתשובה הנכונה היא (2).



4. בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ישר זווית
ו־ABD הוא משולש שווה שוקיים (AB=AD).
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,

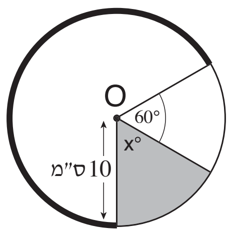
$\alpha = ?$



(1) 60°   (2) 45°   (3) 30°   (4) 25°

סכום הזוויות במשולש הוא 180°. לכן, במשולש ABC מתקיימת המשוואה $90° + 2\beta + \beta = 180°$,
נפתור את המשוואה ונקבל ש־ $\beta = 30°$. נתון כי המשולש ABD הוא שווה שוקיים.
מכך נובע כי $\sphericalangle ABD = \sphericalangle ADB$. $\sphericalangle ABD = 2\beta$ ולכן $\sphericalangle ADB = \sphericalangle ABD = 60°$.
במשולש ABD מתקיים $\sphericalangle BAD + \sphericalangle ABD + \sphericalangle ADB = 180°$.
נציב את ערכי הזוויות שכבר חישבנו ונקבל $\sphericalangle BAD = 180° - 60° - 60° = 60°$
לפי הסרטוט, $\sphericalangle BAC = \sphericalangle BAD + \alpha$. נציב את ערכי הזוויות הידועות ונקבל $60° + \alpha = 90°$ ולכן $\alpha = 30°$
והתשובה הנכונה היא (3).

5. בסרטוט שלפניכם מעגל שמרכזו O ורדיוסו 10 ס"מ.
נתון כי השטח הכהה שווה ל־$\frac{1}{6}$ משטח המעגל.
על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט, מה אורך הקשת המודגשת (בס"מ)?



(1) 30π (2) $\frac{40\pi}{3}$ (3) $\frac{20\pi}{3}$ (4) 20π

אורך הקשת המודגשת שווה להיקף המעגל כולו, פחות אורך הקשת שאינה מודגשת. כדי למצוא את אורכה של הקשת שאינה מודגשת, יש למצוא את גודל הזווית המרכזית שנשענת עליה. זווית זו מורכבת מ־60° (נתון בסרטוט) ומזווית הראש של הגזרה הכהה.

את זווית הראש אפשר למצוא בעזרת נוסחת שטח גזרת העיגול: $\pi r^2 \cdot \frac{x}{360}$.

בנוסחה הזאת x היא זווית הראש של הגזרה הכהה.

נתון ששטח הגזרה הכהה שווה ל־$\frac{1}{6}$ משטח המעגל, כלומר ל־$\frac{\pi r^2}{6}$ (שהרי שטח המעגל כולו שווה ל־πr^2),

ולכן נקבל את המשוואה: $\frac{\pi r^2}{6} = \frac{x}{360} \cdot \pi r^2$. נצמצם את שני האגפים ב־$\pi r^2$: $\frac{1}{6} = \frac{x}{360}$

ונבודד את x: $x = \frac{360}{6} = 60°$. אם כן, גודל הזווית שמול הקשת שאינה מודגשת הוא $60° + 60° = 120°$.

אורך הקשת הנשענת על זווית זו הוא $2\pi r \cdot \frac{120}{360} = 2\pi r \cdot \frac{1}{3}$, כלומר, $\frac{1}{3}$ מהיקף המעגל.

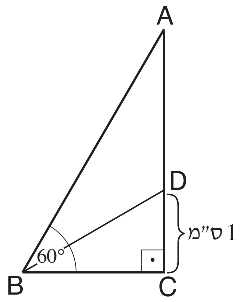
לפיכך אורך הקשת המשלימה (המודגשת) הוא $\frac{2}{3}$ מהיקף המעגל.

נציב את הנתונים בנוסחה של היקף המעגל: $\frac{2}{3} \cdot 2\pi r = \frac{2}{3} \cdot 2\pi \cdot 10 = \frac{40\pi}{3}$, והתשובה הנכונה היא (2).

6. בסרטוט שלפניכם ABC הוא משולש ישר זווית.
BD חוצה את הזווית $\sphericalangle ABC$.

על פי נתונים אלה ונתוני הסרטוט,
AD = ?

(1) 1 ס"מ
(2) 2 ס"מ
(3) $\sqrt{3}$ ס"מ
(4) $\frac{4}{\sqrt{3}}$ ס"מ

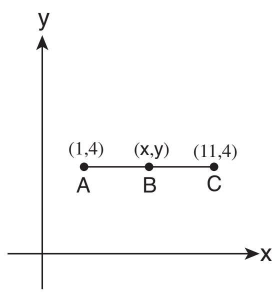


אם נדע את אורכו של AC, נוכל להפחית ממנו את אורכו של CD (נתון שהוא 1 ס"מ) ולקבל את אורכו של AD.
המשולש ABC הוא משולש $90°\ 60°\ 30°$, כיוון ש-$\sphericalangle ACB = 90°$ ו-$\sphericalangle ABC = 60°$. במשולש כזה $AC = BC \cdot \sqrt{3}$.
מהנתון ש-BD חוצה את הזווית $\sphericalangle ABC$ נובע ש-$\sphericalangle DBC = 30°$, ולכן גם BDC הוא משולש $90°\ 60°\ 30°$.
במשולש BDC, $BC = CD \cdot \sqrt{3}$, כלומר $BC = \sqrt{3}$ ס"מ, ולכן $AC = \sqrt{3} \cdot \sqrt{3} = 3$ ס"מ.
נפחית מאורכו של AC את אורכו של CD, ונקבל $AD = (3-1) = 2$ ס"מ. לכן התשובה הנכונה היא (2).

דרך נוספת לפתור את השאלה: לפי סכום הזוויות במשולש ABC, $\sphericalangle BAD = 30°$. גם $\sphericalangle ABD = 30°$, כי BD חוצה את $\sphericalangle ABC$. כלומר, במשולש ADB שתי זוויות שוות ולכן ADB הוא משולש שווה שוקיים ($AD = BD$).
המשולש BDC הוא משולש $90°\ 60°\ 30°$, ולכן $BD = 2 \cdot CD = 2 \cdot 1 = 2$ ס"מ, ו- $AD = 2$ ס"מ.

7. במערכת הצירים שלפניכם הנקודה B נמצאת על הקטע AC.
נתון: AB = BC
מה ערך ה-x של הנקודה B ?

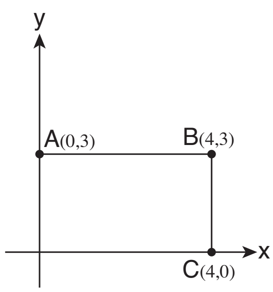
(1) 7
(2) 6
(3) 5
(4) 4



הקטע AC מקביל לציר ה-x, מכיוון שערכי ה-y של הנקודות A ו-C שווים. לכן אפשר לחשב את אורכו בעזרת הפרש ערכי ה-x של הנקודות C ו-A. אורך הקטע AC הוא 10 ($11-1 = 10$).
נתון ש- AB = BC, לכן אורך הקטע AB הוא 5, וערך ה-x של הנקודה B הוא 6 ($1+5 = 6$).
לכן התשובה הנכונה היא (2).

8. מה שטח המלבן שבסרטוט?

(1) 14
(2) 12
(3) 7
(4) 4



שטח מלבן שווה למכפלת אורך המלבן ברוחב המלבן. נחשב את אורך המלבן, שהוא למעשה אורך הקטע AB.
מכיוון שהקטע AB מקביל לציר ה-x, אורכו שווה להפרש ערכי ה-x של הנקודות B ו-A, כלומר
ל- $4 - 0 = 4$. רוחב המלבן הוא אורך הקטע BC, ומכיוון שהוא מקביל לציר ה-y אורכו שווה להפרש ערכי ה-y של הנקודות B ו-C, $3 - 0 = 3$. לכן שטח המלבן שווה ל- $3 \cdot 4 = 12$, והתשובה הנכונה היא (2).

שאלות הסקה מתרשים או מטבלה

שאלות אלה עוסקות במידע המובא בתרשים או בטבלה. התרשים או הטבלה מלווים בדרך כלל בהסבר קצר. בטבלה מוצגים נתונים המסודרים בעמודות ובשורות. בתרשים מוצגים הנתונים בצורה גרפית כלשהי, למשל בעקומה, בדיאגרמת עמודות וכו'. השאלות הן משני סוגים עיקריים: **שאלות של קריאת נתונים**, שבהן יש למצוא נתון הנמצא בתרשים או בטבלה, **ושאלות הסקה**, שבהן יש להסיק מסקנות שונות מתוך הנתונים שבתרשים או בטבלה. לפניכם תרשים וטבלה לדוגמה, ואחרי כל אחד מהם כמה שאלות המלוות בהסברים.

הסקה מתרשים

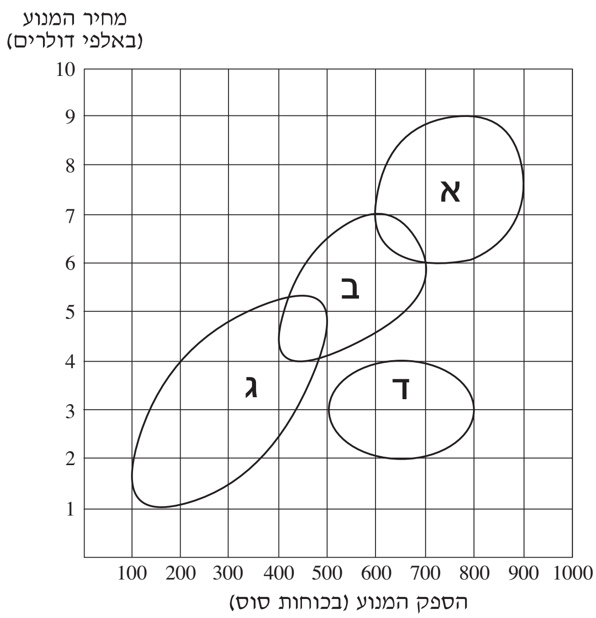
ההוראות:

עיינו היטב בתרשים שלפניכם, וענו על השאלות שאחריו.

ההסבר לתרשים:

בתרשים שלפניכם נתונים על ארבע טכנולוגיות שונות לייצור מנוע מסוים.
כל טכנולוגיה מיוצגת על ידי אות (א'–ד') ועל ידי מתחם סגור. כל הנקודות שעל היקף המתחם מתארות את טווחי המחירים וטווחי ההספקים האפשריים באותה טכנולוגיה. לדוגמה, בעזרת טכנולוגיה א' אפשר לייצר מנוע שהספקו 750 כוחות סוס בטווח המחירים 6,000 - 9,000 דולר: אפשר לייצר מנוע כזה במחיר של 8,500 דולר למשל, אך אי-אפשר לייצר מנוע בעל אותו הספק במחיר של 5,000 דולר.

הערה:
לטכנולוגיות א' ו–ב' יש תחום המשותף לשתיהן, וכך גם לטכנולוגיות ב' ו–ג'.



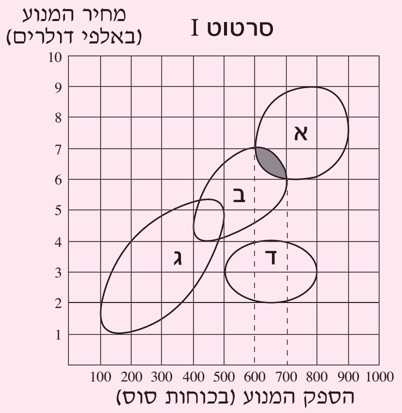
שימו לב:
בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

השאלות ופתרונן:

.1 מה טווח ההספקים של המנועים (בכוחות סוס) שאפשר לייצר גם בטכנולוגיה א' וגם בטכנולוגיה ב'?

(1) 500 - 400
(2) 600 - 500
(3) 700 - 600
(4) אף לא אחת מהאפשרויות הנ"ל

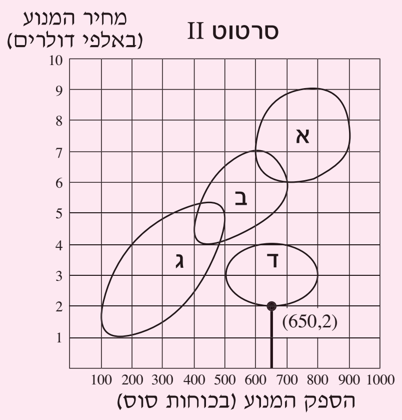
כדי לפתור שאלות הסקה מתרשים יש "לתרגם" את השאלה למונחים של התרשים, ואז למצוא בתרשים את המידע הדרוש. השאלה עוסקת במנועים שאפשר לייצר גם בטכנולוגיה א' וגם בטכנולוגיה ב'. מנועים כאלה מיוצגים בתרשים באזור החפיפה של המתחמים המייצגים את שתי הטכנולוגיות. אזור זה מסומן בסרטוט I בצבע כהה. כעת יש למצוא את טווח ההספקים של מנועים אלה. מכיוון שהציר האופקי מייצג את הספקי המנועים, גבולותיו של אזור החפיפה על הציר האופקי מייצגים את טווח הספקי המנועים שאפשר לייצר בשתי הטכנולוגיות. אפשר לראות בסרטוט שאזור החפיפה בין א' ל-ב' מוגבל על הציר האופקי בין 600 ל-700 כוחות סוס, כלומר אפשר לייצר מנועים בטווח הספקים שבין 600 ל-700 כוחות סוס גם בטכנולוגיה א' וגם בטכנולוגיה ב', והתשובה הנכונה היא (3).



.2 מעוניינים לייצר מנוע בעל הספק של 650 כוחות סוס.
מה המחיר הנמוך ביותר (בדולרים) שבו אפשר לייצר אותו?

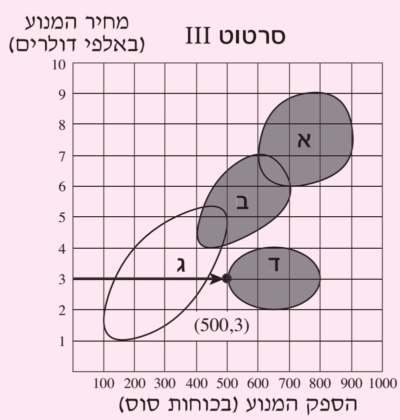
(1) 1,000
(2) 2,000
(3) 1,500
(4) 2,500

בשאלה זו נקודת המוצא היא מנוע בעל הספק של 650 כוחות סוס. ההספקים מיוצגים בתרשים על הציר האופקי, לכן בשלב ראשון יש למצוא על הציר האופקי את הספק המנוע הרצוי, ובשלב שני יש למצוא את המחיר הנמוך ביותר של מנוע בעל הספק זה. נמתח קו אנכי מהנקודה על הציר האופקי המייצגת הספק של 650 כוחות סוס עד שהוא ייגע באחד מהמתחמים (ראו סרטוט II). נקודת המגע **הנמוכה** ביותר עם אחד ממתחמי הטכנולוגיות תייצג את המחיר הנמוך ביותר האפשרי של מנוע בעל הספק של 650 כוחות סוס. נקודת המגע הנמוכה ביותר היא על גבול המתחם של טכנולוגיה ד'. נקודה זו מייצגת מחיר של 2,000 דולר ולכן זה המחיר הנמוך ביותר של מנוע בעל ההספק המבוקש. אם כן, התשובה הנכונה היא (2).



3. בגלל בעיה טכנית אי-אפשר עוד לייצר מנועים בעזרת טכנולוגיה ג'.
מה יהיה כעת ההספק הנמוך ביותר (בכוחות סוס) של מנוע שמחירו 3,000 דולר?

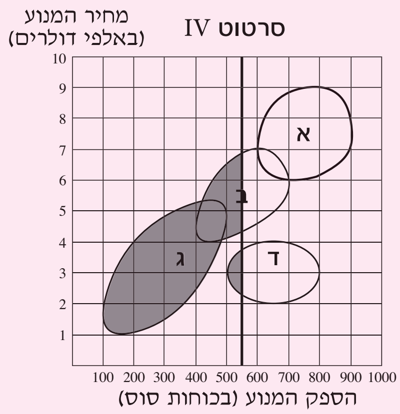
(1) 500
(2) 400
(3) 300
(4) אי-אפשר לייצר מנוע כזה



מכיוון שנאמר בשאלה כי אי-אפשר לייצר מנועים בעזרת טכנולוגיה ג', נתעלם מהמתחם של טכנולוגיה זו, ונתייחס רק למתחמים האחרים (המתחמים הכהים בסרטוט III). בשאלה זו נקודת המוצא היא מנוע שמחירו 3,000 דולר. מחירי המנועים מוצגים בתרשים על הציר האנכי, ולכן יש למצוא תחילה את הנקודה על הציר האנכי המייצגת מחיר של 3,000 דולר. ככל שנתקדם מנקודה זו ימינה כך יעלה ההספק, ולכן אם נמתח קו אופקי מנקודה זו (ראו סרטוט III), תייצג נקודת המגע הראשונה של הקו עם אחד ממתחמי הטכנולוגיות את ההספק **הנמוך** ביותר האפשרי של מנוע שמחירו 3,000 דולר. נקודת המגע הראשונה עם אחד ממתחמי הטכנולוגיות הכהים היא עם המתחם של טכנולוגיה ד'. נקודה זו נמצאת על הקו האנכי המתאים ל-500 כוחות סוס בציר האופקי, וזה כעת ההספק הנמוך ביותר של מנוע שמחירו 3,000 דולר. לכן התשובה הנכונה היא (1).

4. לחברה מסוימת אסור לייצר מנועים שהספקם גבוה מ-550 כוחות סוס.
באילו טכנולוגיות החברה יכולה להשתמש כדי לייצר את מנועיה?

(1) ג' בלבד
(2) ב' ו-ג' בלבד
(3) ג' ו-ד' בלבד
(4) ב', ג' ו-ד' בלבד



נקודת המוצא היא מנוע שהספקו 550 כוחות סוס. נמצא את הנקודה על הציר האופקי המייצגת הספק זה, נמתח ממנה קו מאונך לכל גובה התרשים (ראו סרטוט IV). כל המנועים שמימין לקו זה הם בעלי הספק **גבוה** מ-550 כוחות סוס, וכל המנועים שמשמאל לקו הם בעלי הספק **נמוך** מ-550 כוחות סוס. לחברה המוזכרת בשאלה מותר לייצר רק מנועים שהספקם נמוך מ-550 כוחות סוס, לכן היא יכולה להשתמש רק בטכנולוגיות שהמתחם שלהן או חלק ממנו נמצא **משמאל** לקו (החלקים הכהים שבסרטוט IV). משמאל לקו שמתחנו נמצא כל המתחם של טכנולוגיה ג', חלק מהמתחם של טכנולוגיה ב', וחלק מהמתחם של טכנולוגיה ד'. לפיכך, החברה יכולה להשתמש בטכנולוגיות ב', ג' ו-ד', לשם ייצור מנועים שהספקיהם נמוכים מ-550 כוחות סוס, והתשובה הנכונה היא (4).

הסקה מטבלה

ההוראות:

עיינו היטב בטבלה שלפניכם, וענו על השאלות שאחריה.

ההסבר לטבלה:

בטבלה שלפניכם נתונים על 10 חברות העוסקות בענפים שונים. שמות החברות מסומנים באותיות A עד J ומופיעים בעמודה הימנית בטבלה.
לכל חברה מצוינים: הענף שבו היא עוסקת, נתונים על היקף המכירות שלה, הרווחים שלה, ערך נכסיה ומספר עובדיה.
לדוגמה: חברה E עוסקת בענף האלקטרוניקה, מועסקים בה 400,000 עובדים וערך נכסיה 90 מיליון דולרים. היקף המכירות של חברה E הסתכם ב־70 מיליארד דולרים בשנה הנוכחית, והיא הרויחה 6,000 מיליון דולרים.
בטבלה מצוינים גם אחוזי השינוי במכירות וברווחים בהשוואה לשנה שעברה.
דוגמה לחישוב אחוז השינוי: אם מכירות של חברה מסוימת היו 40 מיליארד דולרים בשנה שעברה, והשנה הן עלו ל־50 מיליארד דולרים, אחוז השינוי בהשוואה לשנה שעברה הוא 25%.

שם החברה	הענף	מכירות		רווחים		ערך נכסים במיליוני דולרים	מספר עובדים באלפים
		מכירות במיליארדי דולרים	אחוז השינוי בהשוואה לשנה שעברה	רווחים במיליוני דולרים	אחוז השינוי בהשוואה לשנה שעברה		
A	רכב	125	-1.5	-2,000	-150	180	750
B	נפט	110	25	6,500	0	100	150
C	נפט	105	22	5,000	40	390	100
D	רכב	100	1.5	900	-80	180	350
E	אלקטרוניקה	70	9	6,000	60	90	400
F	רכב	65	7	3,000	15	55	100
G	מתכות	60	25	1,000	-20	אין נתונים	400
H	נפט	60	20	3,000	-15	60	120
I	נפט	55	15	2,000	7	40	70
J	אלקטרוניקה	50	6	4,500	10	150	300

שימו לב: בתשובתכם לכל שאלה התעלמו מנתונים המופיעים בשאלות האחרות.

השאלות ופתרונן:

1. איזו מהחברות העוסקות בענף הרכב היא בעלת ערך הנכסים **הנמוך** ביותר?

(1) A (2) D (3) F (4) A וגם D

שאלה זו היא שאלה של קריאת נתונים. יש לאתר את המקום בטבלה שבו מופיע הענף שאליו החברה משתייכת, ואת המקום בטבלה שבו מופיע ערך הנכסים שלה, ואז להשוות את ערך הנכסים של כל החברות העוסקות בענף הרכב ולמצוא את הערך הנמוך ביותר. בטור השני מימין מצוין הענף שבו עוסקת כל חברה. אפשר לראות שחברות D,A ו־F הן החברות היחידות העוסקות בענף הרכב. נבדוק את ערך הנכסים (בטור השני משמאל) של כל אחת מחברות אלה: ערך נכסיה של חברה A הוא 180 מיליון דולר, וזה גם ערך נכסיה של חברה D. ערך נכסיה של חברה F הוא 55 מיליון דולר, לכן חברה F היא בעלת ערך הנכסים הנמוך ביותר בענף הרכב. התשובה הנכונה היא (3).

2. בהנחה שהרווחים מתחלקים בצורה שווה בין כל העובדים בחברה, באיזו מהחברות הבאות הרווח לעובד **יחיד** הוא הגדול ביותר?

(1) H (2) B (3) C (4) F

הרווח לעובד יחיד אינו מצוין בטבלה במפורש, אך אפשר לחשב אותו מתוך הנתונים המופיעים בה. בטבלה נתונים הרווח של כל חברה וכן מספר העובדים בה. הרווח לעובד יחיד בחברה מסוימת הוא הרווח הכללי של אותה חברה מחולק במספר העובדים בה.
בכל החברות הרווח הכללי נתון במיליוני דולרים ומספר העובדים נתון באלפים, ולכן כדי להשוות בין החברות אפשר להתייחס רק לערכים המספריים המופיעים בטבלה, ולהציג את הרווח לעובד יחיד באופן הבא:

H	B	C	F
$\frac{3,000}{120}$	$\frac{6,500}{150}$	$\frac{5,000}{100}$	$\frac{3,000}{100}$

עתה אפשר לראות כי בהשוואה בין החברות F ו־H אותו הרווח (3,000) מתחלק בין פחות עובדים בחברה F ‏($100 < 120$), ולכן הרווח לעובד בחברה F גבוה יותר.
בהשוואה בין החברות C ו־F אפשר לראות שמספר העובדים בהן שווה (100), אך בחברה C הרווח הכללי גדול יותר ($3,000 < 5,000$), ולכן הרווח לעובד בחברה C גבוה יותר.
החברות B ו־C שונות זו מזו גם מבחינת מספר העובדים וגם מבחינת הרווח הכללי, ולפיכך ההשוואה ביניהן מורכבת יותר. בחברה B מספר העובדים גדול פי 1.5 מבחברה C ‏(150 לעומת 100); הרווח לעובד יחיד היה שווה בשתי החברות אילו גם הרווח הכללי של חברה B היה גבוה פי 1.5 מהרווח הכללי של חברה C, כלומר אילו הרווח היה $7,500 = 1.5 \cdot 5,000$; אבל הרווח הכללי של חברה B קטן מסכום זה ($6,500 < 7,500$), ולכן הרווח לעובד בחברה B קטן מהרווח לעובד בחברה C. אם כן, הרווח הגבוה ביותר לעובד יחיד הוא בחברה C, והתשובה הנכונה היא (3).

דרך אחרת להשוואה בין החברות B ו־C:

הרווח לעובד יחיד בחברה C שווה ל־50 $\left(\frac{5,000}{100} = 50\right)$

ובחברה B הרווח לעובד יחיד קטן מ־50 $\left(\frac{6,500}{150} < 50\right)$

ולכן הרווח לעובד יחיד בחברה C גבוה יותר.

3. מה היה היקף המכירות של חברה G בשנה שעברה (במיליארדי דולרים)?

(1) 48 (2) 50 (3) 64 (4) 76

היקף המכירות בשנה שעברה אינו מצוין בטבלה, אך אפשר לחשב אותו בעזרת היקף המכירות בשנה הנוכחית (טור שלישי מימין) ואחוז השינוי בהשוואה לשנה שעברה (טור רביעי מימין). אפשר לראות בטבלה כי חברה G מכרה השנה בסכום של 60 מיליארד דולר, וכי מכירותיה עלו ב־25% לעומת השנה שעברה. כלומר, היקף מכירותיה בשנה שעברה הוא ערך שאם מוסיפים לו 25% מקבלים 60. נסמן ב־x את היקף המכירות בשנה שעברה ונבטא את הנתונים במשוואה: $x + \frac{25}{100} \cdot x = 60$. נפשט את המשוואה: $\frac{125}{100} \cdot x = 60$,
נבודד את x: ‏$x = 60 \cdot \frac{100}{125}$, נצמצם את המונה ואת המכנה של השבר ב־25: ‏$x = 60 \cdot \frac{4}{5} = 48$
כלומר, היקף המכירות של חברה G בשנה שעברה היה 48 מיליארד דולר, והתשובה הנכונה היא (1).

4. כמה חברות מכרו בסכום שמעל ל-100 מיליארד דולרים בשנה שעברה?

(1) 1 (2) 2 (3) 3 (4) 4

גם שאלה זו עוסקת בהיקף המכירות של חברות בשנה שעברה, ולכן גם כאן יש להשתמש בנתונים על היקף המכירות בשנה הנוכחית ועל אחוז השינוי בהשוואה לשנה שעברה. אם כן, יש למצוא חברות שמכירותיהן בשנה שעברה היו גבוהות מ-100 מיליארד דולר. אולם כדי למצוא את החברות הללו אין צורך לחשב במדויק את היקף המכירות של כל אחת מהחברות בשנה שעברה, ומספיק לדעת אם היקף המכירות גדול או קטן מסכום זה.
את החברות J-E אפשר לפסול בקלות: סכום המכירות של כל אחת מהן בשנה הנוכחית היה נמוך מ-100 מיליארד דולר, ולכולן אחוז שינוי חיובי בהשוואה לשנה שעברה. כלומר, השנה הן מכרו יותר מבשנה שעברה, ולכן ברור שסכום המכירות בשנה שעברה היה נמוך מ-100 מיליארד דולר.
את החברות D-A נבדוק ביתר פירוט: חברה D מכרה השנה ב-100 מיליארד דולר. מכיוון שמכירותיה עלו מהשנה שעברה (כי אחוז השינוי חיובי), ברור שבשנה שעברה היא מכרה בפחות מ-100 מיליארד דולר.
חברה C מכרה השנה ב-105 מיליארד דולר. לו היו מכירותיה בשנה שעברה גבוהות מ-100 מיליארד דולר, היה השינוי במכירותיה קטן מ-5 מיליארד דולר, כלומר אחוז השינוי היה צריך להיות קטן מ-5% (שהרי 5 מיליארד דולר הם 5% מ-100 מיליארד דולר). אבל מכיוון שאחוז השינוי במכירותיה היה 22%, ברור שבשנה שעברה היא מכרה בפחות מ-100 מיליארד דולר. באותה דרך נפסול גם את חברה B: חברה זו מכרה השנה ב-110 מיליארד דולר. לו היו מכירותיה בשנה שעברה גבוהות מ-100 מיליארד דולר, היה אחוז השינוי במכירותיה צריך להיות קטן מ-10%, אבל אחוז השינוי במכירותיה היה 25%, ולכן סכום מכירותיה בשנה שעברה היה נמוך מ-100 מיליארד דולר.
חברה A מכרה השנה ב-125 מיליארד דולר. לעומת השנה שעברה ירדו מכירותיה ב-1.5%, ומכך נובע שבשנה שעברה היקף המכירות היה גבוה מ-125 מיליארד דולר.
לכן, חברה A היא החברה היחידה שמכרה בשנה שעברה בסכום העולה על 100 מיליארד דולר, והתשובה הנכונה היא (1).

השוואה כמותית

בשאלות אלה יש להשוות בין שני ביטויים ולקבוע מה יחס הגדלים ביניהם. לעתים ניתן בשאלה, מלבד שני הביטויים עצמם, גם מידע נוסף העשוי להיות חיוני לפתרון. כמו בתת-פרק של שאלות ובעיות, גם כאן לקוחות השאלות ממגוון תחומים: אלגברה, גיאומטריה, חישוב צירופים והסתברויות, ועוד. מפתח התשובות האפשריות הוא אחיד לכל השאלות בתת-פרק זה, והוא אינו מצוין בנפרד בעבור כל שאלה ושאלה, אלא רק בהוראות הרשומות בתחילת התת-פרק.

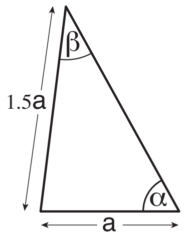
ההוראות:

השאלות הבאות מורכבות מזוגות של ביטויים. בכל שאלה, ביטוי אחד מופיע בטור א, וביטוי שני בטור ב. בטור שלישי מופיע לעתים מידע נוסף הנוגע לזוג הביטויים שבטורים א ו-ב. **המידע הנוסף עשוי להיות חיוני לפתרון השאלה.** עליכם להשוות בין שני הביטויים, אגב הסתייעות במידע הנוסף (אם הוא קיים), ולקבוע אם:

(1) הביטוי שבטור א גדול יותר
(2) הביטוי שבטור ב גדול יותר
(3) שני הביטויים שווים זה לזה
(4) המידע הנתון אינו מספיק כדי לקבוע איזה מהנ"ל הוא יחס הגדלים בין הביטויים

לאחר שבחרתם באפשרות שנראית לכם, סמנו את מספרה במקום המתאים בגיליון התשובות.

דוגמאות והסברים:

	טור א	טור ב	מידע נוסף
.1	α	β	

כדי לפתור את השאלה יש לנתח את המידע הנוסף: בסרטוט אפשר לראות שזווית α נמצאת מול צלע שאורכה $1.5a$, וזווית β נמצאת מול צלע שאורכה a. בכל משולש, אם צלע 1 ארוכה מצלע 2, הזווית שמול צלע 1 גדולה מהזווית שמול צלע 2. לפיכך, הזווית α שמול הצלע שאורכה $1.5a$ גדולה מהזווית β שמול הצלע שאורכה a, והתשובה הנכונה היא (1).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
.2	a	$\frac{a^3-ab^2}{(a-b)\cdot(a+b)}$	$a \neq \pm b$

בשאלה זו המידע הנוסף מונע מצב שבו יתקבל 0 במכנה של הביטוי שבטור ב (מכיוון שאז הביטוי אינו מוגדר), אך הוא אינו מסייע ישירות לפתרון השאלה. כדי להשוות בקלות בין שני הביטויים צריך לפשט את הביטוי שבטור ב.

פישוט המונה: נוציא את a אל מחוץ לסוגריים $a^3 - ab^2 = a(a^2 - b^2)$

פישוט המכנה: לפי נוסחת כפל מקוצר, $(a - b) \cdot (a + b) = a^2 - b^2$

אפשר להציג את הביטוי שבטור ב כך: $\frac{a(a^2-b^2)}{a^2-b^2}$

אפשר לצמצם את השבר שהתקבל, כלומר לחלק גם את המונה וגם את המכנה ב- $(a^2 - b^2)$.

הצמצום אפשרי כי $a \neq \pm b$ ולכן $(a^2 - b^2) \neq 0$.

נצמצם ונקבל: $\frac{a\cancel{(a^2-b^2)}}{\cancel{a^2-b^2}} = a$

אם כן, הביטוי בטור ב שווה לביטוי בטור א, ולכן התשובה הנכונה היא (3).

	טור א	טור ב	מידע נוסף
.3	הממוצע של: $\frac{2}{5}$, $\left(\frac{1}{2}\right)^a$, 0.03	0.4	a הוא מספר שלם וחיובי.

ערכו של הביטוי בטור א תלוי בגודלו של a. כדי שיהיה אפשר להשוות בין שני הביטויים יש לחפש מצבים קיצוניים, שבהם הביטוי מקבל ערך מקסימלי או מינימלי. לפי המידע הנוסף, a הוא מספר שלם וחיובי, כלומר ערכו המינימלי הוא 1.

השבר $\left(\frac{1}{2}\right)^a$ ילך ויקטן ככל שיגדל ערכו של a, ולכן הביטוי בטור א מקבל את ערכו **המקסימלי** כאשר $a=1$.
נחשב את הערך המקסימלי של הממוצע בטור א, ונשווה אותו לביטוי בטור ב.
נציב $a=1$ ונקבל בטור א: $\frac{2}{5}$, $\frac{1}{2}$, 0.03. נביא את כל האיברים למכנה משותף: $\frac{40}{100}$, $\frac{50}{100}$, $\frac{3}{100}$
ונחשב את הממוצע: $\left(\frac{3}{100}+\frac{50}{100}+\frac{40}{100}\right):3=\frac{93}{100}:3=\frac{93}{100}\cdot\frac{1}{3}=\frac{31}{100}$
הממוצע שמצאנו $\left(\frac{31}{100}\right)$ בטור א קטן מהביטוי בטור ב $\left(\frac{40}{100}\right)$. זה הממוצע המקסימלי האפשרי בטור א, ולכן בעבור כל ערך של a, הביטוי בטור ב יהיה גדול מהביטוי בטור א, והתשובה הנכונה היא (2).

.4

טור א	טור ב	מידע נוסף
הסכום שישולם בעבור מוצר שמחירו ההתחלתי C, אם על מחיר זה מוסיפים 15% מע"מ, ולבסוף נותנים על כל הסכום הנחה של 20%	הסכום שישולם בעבור מוצר שמחירו ההתחלתי C, וניתנת עליו הנחה של 5%	$0 < C$

כדי להשוות בין הביטויים בשני הטורים, יש להציג כל אחד מהם כביטוי אלגברי. כדי לחשב את הערך בטור א
נוסיף 15% ל־C: $C+\frac{15}{100}C=\frac{100C+15C}{100}=\frac{115}{100}C$
ונפחית מהערך שהתקבל 20%: $\frac{115}{100}C-\frac{20}{100}\cdot\frac{115}{100}C=\frac{115}{100}C-\frac{1}{5}\cdot\frac{23}{20}C=\frac{115}{100}C-\frac{23}{100}C=\frac{92}{100}C$
כדי לחשב את הביטוי בטור ב נפחית 5% מ־C: $C-\frac{5}{100}C=\frac{95}{100}C$
מכיוון ש־ $0 < C$ נתון כמידע נוסף, ערכו של הביטוי בטור ב גדול מערכו של הביטוי בטור א, והתשובה הנכונה היא (2).

.5

טור א	טור ב	מידע נוסף
פעמיים שטחו של המשולש ABC	שטח המעגל החוסם את המשולש ABC	ABC הוא משולש ישר זווית.

בשאלה זו נוח להיעזר בסרטוט:
ידוע כי במעגל, כל זווית היקפית הנשענת על קוטר היא בת 90°, ולהפך: כל זווית היקפית בת 90° נשענת על קוטר המעגל. לפיכך, במשולש ישר זווית החסום במעגל (משולש ABC בסרטוט), היתר (AC בסרטוט) הוא קוטר במעגל. אפשר לראות בסרטוט שאם מכפילים את המשולש (המשולש ADC הוא תמונת ראי של המשולש ABC), סכום שטחיהם של שני המשולשים קטן משטח המעגל. כלומר, הביטוי שבטור ב גדול מהביטוי שבטור א, והתשובה הנכונה היא (2).